

Příklad 4.1.6. Rozhodněte, zda následující nevlastní integrály konvergují, či divergují a pokud konvergují, tak je vypočítejte.

- | | | | | |
|---|---|--|---|--|
| 1. $\int_1^{\infty} \frac{dx}{x^4}$ | 2. $\int_1^{\infty} \frac{dx}{\sqrt{x}}$ | 3. $\int_0^{\infty} e^{-ax} dx \quad (a > 0)$ | 4. $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{2x dx}{x^2+1}$ | |
| 5. $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{x^2+2x+2}$ | 6. $\int_2^{\infty} \frac{\ln x}{x} dx$ | 7. $\int_1^{\infty} \frac{dx}{x^2(x+1)}$ | 8. $\int_0^{\infty} \frac{x}{(1+x)^3} dx$ | 9. $\int_{\sqrt{2}}^{\infty} \frac{dx}{x\sqrt{x^2-1}}$ |
| 10. $\int_{a^2}^{\infty} \frac{dx}{x\sqrt{1+x^2}}$ | 11. $\int_0^{\infty} xe^{-x^2} dx$ | 12. $\int_0^{\infty} x^3 e^{-x^2} dx$ | 13. $\int_0^{\infty} x \sin x dx$ | 14. $\int_0^{\infty} e^{-\sqrt{x}} dx$ |
| 15. $\int_0^{\infty} e^{-x} \sin x dx$ | 16. $\int_0^{\infty} e^{-ax} \cos b x dx$ | 17. $\int_1^{\infty} \frac{\arctg x}{x^2} dx$ | 18. $\int_0^{\infty} \frac{dx}{1+x^3}$ | |
| 19. $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{(x^2+1)^2}$ | 20. $\int_1^{\infty} \frac{\sqrt{x}}{(1+x)^2} dx$ | 21. $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{(x^2+x+1)^2}$ | 22. $\int_0^{\infty} \frac{\arctg x}{(1+x^2)^{\frac{3}{2}}} dx$ | 23. $\int_0^{\infty} x^n e^{-x} dx \quad (n \in \mathbb{N})$ |
| 24. $\int_0^{\infty} x^{2n+1} e^{-x^2} dx \quad (n \in \mathbb{N})$ | 25. $\int_0^{\infty} \frac{dx}{(a^2+x^2)^n} \quad (n \in \mathbb{N})$ | 26. $\int_1^{\infty} \frac{\arctg x}{x^2} dx$ | | |
| 27. $\int_1^{\infty} \frac{\sqrt{x}}{(1+x^2)} dx$ | | | | |

Řešení.

- | | | | | | |
|--|---|------------------------------|--------------|--------------------------------------|---------|
| 1. 1/3 | 2. diverguje | 3. 1/a | 4. diverguje | 5. π | |
| 6. diverguje | 7. $1 - \ln 2$ | 8. 1/2 | 9. $\pi/4$ | 10. $\ln \frac{\sqrt{a^4+1}+1}{a^2}$ | 11. 1/2 |
| 12. 1/2 | 13. diverguje | 14. 2 | 15. 1/2 | | |
| 16. $\frac{a}{a^2+b^2}$ pro $a > 0$, diverguje pro $a \leq 0$ | 17. $\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} \ln x$ | 18. $\frac{2\pi}{3\sqrt{3}}$ | 19. $\pi/2$ | | |
| 20. $1/2 + \pi/4$ | 21. $\frac{4\pi}{3\sqrt{3}}$ | 22. $\frac{\pi}{2} - 1$ | 23. $n!$ | 24. $\frac{n!}{2}$ | |
| 25. $\frac{(2n-3)!!}{(2n-2)!!} \frac{\pi}{2a^{2n-1}}$ | 26. $\pi/4 + (\ln 2)/2$ | 27. $1/2 + \pi/4$ | | | |