

# **IB013 Logické programování I**

*(průsvitky ze cvičení)*

**Hana Rudová**

**jaro 2011**

**Backtracking, unifikace, aritmetika**

# Syntaxe logického programu

## Term:

- univerzální datová struktura (slouží také pro příkazy jazyka)
- definovaný rekurzivně
- **konstanty**: číselné, alfanumerické (začínají malým písmenem), ze speciálních znaků (operátory)
- **proměnné**: pojmenované (alfanumerické řetězce začínající velkým písmenem), anonymní (začínají podtržítkem)
- **složený term**: funktor, arita, argumenty struktury jsou opět termy

# Anatomie a sémantika logického programu

- **Program:** množina predikátů (v jednom nebo více souborech).
- **Predikát** (procedura) je seznam klauzulí s hlavou stejného jména a arity
- **Klauzule:** věty ukončené tečkou, se skládají z hlavy a těla.

Prázdné tělo mají **fakta**, neprázdné pak **pravidla**, existují také klauzule bez hlavy – direktivy.

Hlavu tvoří **literál (složený term)**, tělo seznam literálů.

Literálům v těle nebo v dotazu říkáme **cíle**.

Dotazem v prostředí interpretu se spouští programy či procedury.

- př. `otec(Otec,Dite) :- rodic(Otec,Dite), muz(Otec).`  
`rodic(petr, jana).`  
`:- otec(Otec, jana).`

## Sémantika logického programu:

procedury  $\equiv$  databáze faktů a pravidel  $\equiv$  logické formule

The screenshot shows the SICStus Eclipse IDE interface. The main editor displays the source code for 'my\_module.pro'. A tooltip for the 'suffix' predicate is visible, stating: 'is true when List and Suffix are lists and Suffix is a suffix of List. It terminates only if List is proper, and has at most N+1 solutions. Suffixes are enumerated in descending order of length. (documentation formatting will be improved later!)'. The Variables panel shows the current state of variables: 'Suff' is '[a, \_7551, c]' and 'X' is '\_1810'. The Outline panel shows the structure of the code, with 'my\_pred1/1' and 'my\_pred2/2' listed. The console at the bottom shows the execution stack, including the call to 'suffix([a, \_7551, c], \_1810) ?'.

```

/* -- Mode:Prolog -- */
:- module(my_module, [my_pred1/1,
                     my_pred3/3 % warns about exporting undefined predicate
                     ]).
:- use_module(library(lists), [postfix/2, % warns about importing undefined predicate
                              suffix/2 % integrated help (also for user predicates)
                              ]).

my_pred1(X) :-
    Suff = [a, Singleton, c],
    assert(seen_xs(X)), % warns about missing declaration (here dynamic/1)
    suffix(Suff, X),
    prelude(Suff, X). % warns about calling undefined predicate

my_pred2(S, Xs) :-
    % warn about non-trivial singleton variables
    ( foreach(Y, Xs)
    do
        write(S, Xs)
    ),
    ( foreach(Y, Xs),
      param([S])
    do
        write(S, Xs)
    ).

```

Variables:

| Name | Value         |
|------|---------------|
| Suff | [a, _7551, c] |
| X    | _1810         |

Outline:

- my\_pred1/1
- my\_pred2/2

Console:

```

Toplevel 1 in C:/Users/perm.SICS-AD/runtime-EclipseApplication42/My Prolog Project
2      2 Exit: assert(my_module:seen_xs(_1810)) ?
3      2 Call: suffix([a, _7551, c], _1810) ? |

```

# SICStus Prolog: spouštění programu

## ■ UNIX:

module add sicstus-4.1.3

eclipse           % používání IDE SPIDER

sicstus           % používání přes příkazový řádek

## ■ MS Windows:

- [používání IDE SPIDER: z nabídky All Programs -> IDE -> Eclipse 3.6](#)

- [příkazový řádek: z nabídky All Programs -> IDE -> SICStus 4.1.3](#)

nastavíme pracovní adresář pomocí File/Working directory, v případě potřeby nastavíme font Settings/Font a uložíme nastavení Settings/Save settings.

## ■ Iniciální nastavení SICStus IDE v Eclipse pomocí

[Help->Cheat Sheets->Initial set up of paths to installed SICStus Prolog](#) s cestou

"C:\Program Files (x86)\SICStus Prolog VC9 4.1.3\bin\sicstus.exe"

návod: <http://www.sics.se/sicstus/spider/site/prerequisites.html#SettingUp>

# SICStus Prolog: konzultace

- **Otevření souboru:** File->Open File
- **Přístup k příkazové řádce pro zadávání dotazů:** SICStus->Open Toplevel
- **Načtení programu:** tzv. konzultace  
přímo z Menu: SICStus->Consult Prolog Code (okno s programem aktivní)  
nebo zadáním na příkazový řádek po uložení souboru (Ctrl+S)  
  
?- consult(rodokmen).  
  
pokud uvádíme celé jméno případně cestu, dáváme jej do apostrofů  
  
?- consult('D:\prolog\moje\programy\rodokmen.pl').
- V Eclipse lze nastavit Key bindings, pracovní adresář, ...

# SICStus Prolog: spouštění a přerušení výpočtu

- **Spouštění programů/procedur/predikátů** je zápis dotazů na příkazové řádce (v okně TopLevel, kurzor musí být na konci posledního řádku s | ?- ), př.

?- predek(petr, lenka) .

?- predek(X, Y) .

Každý příkaz ukončujeme tečkou.

- **Přerušení a zastavení cyklícího programu:**

pomocí ikony Restart Prolog  z okna Toplevel



# Příklad rodokmen

rodic(petr, filip).

rodic(petr, lenka).

rodic(pavel, jan).

rodic(adam, petr).

rodic(tomas, michal).

rodic(michal, radek).

rodic(eva, filip).

rodic(jana, lenka).

rodic(pavla, petr).

rodic(pavla, tomas).

rodic(lenka, vera).

muz(petr).

muz(filip).

muz(pavel).

muz(jan).

muz(adam).

muz(tomas).

muz(michal).

muz(radek).

zena(eva).

zena(lenka).

zena(pavla).

zena(jana).

zena(vera).

otec(Otec,Dite) :- rodic(Otec,Dite), muz(Otec).

# Backtracking: příklady

V pracovním adresáři vytvořte program rodokmen.pl.

Načtěte program v interpretu (konzultujte).

V interpretu Sicstus Prologu pokládejte dotazy:

- Je Petr otcem Lenky?
- Je Petr otcem Jana?
- Kdo je otcem Petra?
- Jaké děti má Pavla?
- Ma Petr dceru?
- Které dvojice otec-syn známe?

# Backtracking: řešení příkladů

Středníkem si vyžádáme další řešení

| ?- otec(petr, lenka).

yes

| ?- otec(petr, jan).

no

| ?- otec(Kdo, petr).

Kdo = adam ? ;

no

| ?- rodic(pavla, Dite).

Dite = petr ? ;

Dite = tomas ? ;

no

| ?- otec(petr, Dcera), zena(Dcera).

Dcera = lenka ? ;

no

| ?- otec(Otec, Syn), muz(Syn).

Syn = filip,

Otec = petr ? ;

Syn = jan,

Otec = pavel ? ;

Syn = petr,

Otec = adam ? ;

Syn = michal,

Otec = tomas ? ;

Syn = radek,

Otec = michal ? ;

no

| ?-

# Backtracking: příklady II

Predikát potomek/2:

potomek(Potomek,Predek) :- rodic(Predek,Potomek).

potomek(Potomek,Predek) :- rodic(Predek,X), potomek(Potomek,X).

Naprogramujte predikáty

- prababicka(Prababicka,Pravnouce)
- nevlastni\_bratr(Nevlastni\_bratr,Nevlastni\_sourozenec)

nápověda: využijte  $X \neq Y$  (X a Y nejsou identické)

Řešení:

```
prababicka(Prababicka,Pravnouce) :-  
    rodic(Prababicka,Prarodic),  
    zena(Prababicka),  
    rodic(Prarodic,Rodic),  
    rodic(Rodic,Pravnouce).
```

# Backtracking: řešení příkladů II

```
nevlastni_bratr(Bratr,Sourozenec):-  
    rodic(X,Bratr),  
    muz(Bratr),  
    rodic(X,Sourozenec),  
    /* tento test není nutný,  
       ale zvyšuje efektivitu */  
    Bratr \== Sourozenec,  
    rodic(Y,Bratr),  
    Y \== X,  
    rodic(Z,Sourozenec),  
    Z \== X,  
    Z \== Y.
```

```
/* nevhodné umístění testu -  
vypočet "bloudí" v neúspěšných větvích */
```

```
nevlastni_bratr2(Bratr,Sourozenec):-  
    rodic(X,Bratr),  
    rodic(X,Sourozenec),  
    rodic(Y,Bratr),  
    rodic(Z,Sourozenec),  
    Y \== X,  
    Z \== X,  
    Z \== Y,  
    muz(Bratr).
```

# Backtracking: prohledávání stavového prostoru

- Zkuste předem odhadnout (odvodit) pořadí, v jakem budou nalezeni potomci Pavly?
- Jaký vliv má pořadí klauzulí a cílu v predikátu `potomek/2` na jeho funkci?
- Nahrad'te ve svých programech volání predikátu `rodic/2` následujícím predikátem `rodic_v/2`

```
rodic_v(X,Y):-rodic(X,Y),print(X),print('? ').
```

Pozorujte rozdíly v délce výpočtu dotazu `nevlastni_bratr(filip,X)` při změně pořadí testů v definici predikátu `nevlastni_bratr/2`

# Backtracking: řešení III

`/* varianta 1a */`

`potomek(Potomek,Predek):-rodic(Predek,Potomek).`

`potomek(Potomek,Predek):-rodic(Predek,X),potomek(Potomek,X).`

`/* varianta 1b - jiné poradi odpovedi, neprimi potomci maji prednost */`

`potomek(Potomek,Predek):-rodic(Predek,X),potomek(Potomek,X).`

`potomek(Potomek,Predek):-rodic(Predek,Potomek).`

`/* varianta 2a - leva rekurze ve druhe klauzuli,`

`na dotaz potomek(X,pavla) vypise odpovedi, pak cykli */`

`potomek(Potomek,Predek):-rodic(Predek,Potomek).`

`potomek(Potomek,Predek):-potomek(Potomek,X),rodic(Predek,X).`

`/* varianta 2b - leva rekurze v prvni klauzuli,`

`na dotaz potomek(X,pavla) hned cykli */`

`potomek(Potomek,Predek):-potomek(Potomek,X),rodic(Predek,X).`

`potomek(Potomek,Predek):-rodic(Predek,Potomek).`

```
| ?- nevlastni_bratr(X,Y).
```

```
petr? petr? petr? petr? eva? petr? jana?
```

```
X = filip,
```

```
Y = lenka ? ;
```

```
petr? pavel? pavel? adam? adam? tomas? tomas? michal? michal? eva? eva? jana?
```

```
pavla? pavla? pavla? adam? pavla? pavla? pavla? pavla? pavla? pavla? lenka?
```

```
no
```

```
| ?- nevlastni_bratr2(X,Y).
```

```
petr? petr? petr? petr? eva? eva? petr? eva? petr? petr? petr? jana? eva? petr?
```

```
X = filip,
```

```
Y = lenka ? ;
```

```
petr? petr? petr? petr? eva? jana? petr? eva? petr? petr? petr? jana? jana? petr?
```

```
jana? pavel? pavel? pavel? pavel? adam? adam? adam? adam? pavla? pavla? adam?
```

```
pavla? tomas? tomas? tomas? tomas? michal? michal? michal? michal? eva? eva? petr?
```

```
petr? eva? eva? petr? eva? jana? jana? petr? petr? jana? jana? petr? jana? pavl
```

```
pavla? adam? adam? pavla? pavla? adam? pavla? pavla? adam? pavla? pavla? pavla?
```

```
pavla? pavla? pavla? adam? pavla? pavla? pavla? pavla? lenka? lenka? lenka? len
```

```
no
```



# Unifikace:příklady

Které unifikace jsou korektní, které ne a proč?

Co je výsledkem provedených unifikací?

1.  $a(X)=b(X)$

2.  $X=a(Y)$

3.  $a(X)=a(X,X)$

4.  $X=a(X)$

5.  $jmeno(X,X)=jmeno(Petr,plus)$

6.  $s(1,a(X,q(w)))=s(Y,a(2,Z))$

7.  $s(1,a(X,q(X)))=s(W,a(Z,Z))$

8.  $X=Y, P=R, s(1,a(P,q(R)))=s(Z,a(X,Y))$

Neuspěje volání 1) a 3), ostatní ano, cyklické struktury vzniknou v případech 4),7) a 8) přestože u posledních dvou mají levá a pravá strana unifikace disjunktní množiny jmen proměnných.

# Mechanismus unifikace I

Unifikace v průběhu dokazování predikátu odpovídá předávání parametrů při provádění procedury, ale je důležité uvědomit si rozdíly. Celý proces si ukážeme na příkladu predikátu `suma/3`.

```
suma(0,X,X).                /*klausule A*/  
suma(s(X),Y,s(Z)):-suma(X,Y,Z).  /*klausule B*/
```

pomocí substitučních rovnic při odvozování odpovědi na dotaz

```
?- suma(s(0),s(0),X0).
```

# Mechanismus unifikace II

`suma(0,X,X) . /*A*/`

`suma(s(X),Y,s(Z)) :- suma(X,Y,Z) . /*B*/`

?- `suma(s(0),s(0),X0) .`

1. dotaz unifikujeme s hlavou klauzule B, s A nejde unifikovat (1. argument)

$suma(s(0),s(0),X0) = suma(s(X1),Y1,s(Z1))$

$\implies X1 = 0, Y1 = s(0), s(Z1) = X0$

$\implies suma(0,s(0),Z1)$

2. dotaz (nový podcíl) unifikujeme s hlavou klauzule A, klauzuli B si poznačíme jako další možnost

$suma(0,s(0),Z1) = suma(0,X2,X2)$

$X2 = s(0), Z1 = s(0)$

$\implies X0 = s(s(0))$

$X0 = s(s(0)) ;$

2' dotaz z kroku 1. nejde unifikovat s hlavou klauzule B (1. argument)

no

# Vícesměrnost predikátů

Logický program lze využít vícesměrně, například jako

- výpočet kdo je otcem Petra?  $?- \text{otec}(X, \text{petr})$ .  
kolik je  $1+1$ ?  $?- \text{suma}(s(0), s(0), X)$ .
- test je Jan otcem Petra?  $?- \text{otec}(\text{jan}, \text{petr})$ .  
Je  $1+1 = 2$ ?  $?- \text{suma}(s(0), s(0), s(s(0)))$ .
- generátor které dvojice otec-dítě známe?  $?- \text{otec}(X, Y)$ .  
Které  $X$  a  $Y$  dávají v součtu 2?  $?- \text{suma}(X, Y, s(s(0)))$ .

... ale pozor na levou rekurzi, volné proměnné, asymetrii, a jiné záležitosti

Následující dotazy

$?- \text{suma}(X, s(0), Z)$ .

$?- \text{suma}(s(0), X, Z)$ .

nedávají stejné výsledky. Zkuste si je odvodit pomocí substitučních rovnic.

# Aritmetika

Zavádíme z praktických důvodů, ale aritmetické predikáty již nejsou vícesměrné, protože v každém aritmetickém výrazu musí být všechny proměnné instanciovány číselnou konstantou.

Důležitý rozdíl ve vestavěných predikátech  $is/2$  vs.  $=/2$  vs.  $:=/2$

$is/2$ :  $\langle \text{konstanta nebo proměnná} \rangle is \langle \text{aritmetický výraz} \rangle$

výraz na pravé straně je nejdříve aritmeticky vyhodnocen a pak unifikován s levou stranou

$=/2$ :  $\langle \text{libovolný term} \rangle = \langle \text{libovolný term} \rangle$

levá a pravá strana jsou unifikovány

$:=/2$   $=\backslash=/2$   $>=/2$   $=</2$

$\langle \text{aritmetický výraz} \rangle := \langle \text{aritmetický výraz} \rangle$

$\langle \text{aritmetický výraz} \rangle =\backslash= \langle \text{aritmetický výraz} \rangle$

$\langle \text{aritmetický výraz} \rangle =\langle \langle \text{aritmetický výraz} \rangle$

$\langle \text{aritmetický výraz} \rangle >= \langle \text{aritmetický výraz} \rangle$

levá i pravá strana jsou nejdříve aritmeticky vyhodnoceny a pak porovnány

# Aritmetika: příklady

Jak se liší následující dotazy (na co se kdy ptáme)? Které uspějí (kladná odpověď), které neuspějí (záporná odpověď), a které jsou špatně (dojde k chybě)? Za jakých předpokladů by ty neúspěšné případně špatné uspěly?

1.  $X = Y + 1$

7.  $1 + 1 = 1 + 1$

13.  $1 \leq 2$

2.  $X \text{ is } Y + 1$

8.  $1 + 1 \text{ is } 1 + 1$

14.  $1 = < 2$

3.  $X = Y$

9.  $1 + 2 ::= 2 + 1$

15.  $\sin(X) \text{ is } \sin(2)$

4.  $X == Y$

10.  $X \backslash == Y$

16.  $\sin(X) = \sin(2+Y)$

5.  $1 + 1 = 2$

11.  $X = \backslash = Y$

17.  $\sin(X) ::= \sin(2+Y)$

6.  $2 = 1 + 1$

12.  $1 + 2 = \backslash = 1 - 2$

Nápověda: '='/2 unifikace, '=='/2 test na identitu, '::='/2 aritmetická rovnost, '\=='/2 negace testu na identitu, '= \=' /2 aritmetická nerovnost

# Aritmetika: příklady II

Jak se liší predikáty  $s1/3$  a  $s2/3$ ? Co umí  $s1/3$  navíc oproti  $s2/3$  a naopak?

$s1(0, X, X)$ .

$s1(s(X), Y, s(Z)) :- s1(X, Y, Z)$ .

$s2(X, Y, Z) :- Z \text{ is } X + Y$ .

$s1/3$  je vícesměrný - umí sčítat, odečítat, generovat součty, ale pracuje jen s nezápornými celými čísly

$s2/3$  umí pouze sčítat, ale také záporná a reálná čísla

# Operátory

Definice operátorů umožňuje přehlednější infixový zápis binárních a unárních predikátů, příklad: definice `op(1200,Y,':-')` umožňuje zápis

```
a:-print(s(s(0))),b,c).
```

pro výraz

```
:-(a,,(print(s(s(0))),,(b,c))).
```

Prefixovou notaci lze získat predikátem `display/1`. Vyzkoušejte

```
display((a:-print(s(s(0))),b,c)).
```

```
display(a+b+c-d-e*f*g-h+i).
```

```
display([1,2,3,4,5]).
```

Definice standardních operátorů najdete na konci manuálu.



# Závěr

Dnešní látku jste pochopili dobře, pokud víte

- jaký vliv má pořadí klauzulí a cílu v predikátu `potomek/2` na jeho funkci,
- jak umisťovat testy, aby byl prohledávaný prostor co nejmenší (příklad `nevlastni_bratr/2`),
- k čemu dojde po unifikaci  $X=a(X)$ ,
- proč neuspěje dotaz `?- X=2, sin(X) is sin(2)`.
- za jakých předpokladů uspějí tyto cíle  $X=Y$ ,  $X==Y$ ,  $X:=Y$ ,
- a umíte odvodit pomocí substitučních rovnic odpovědi na dotazy `suma(X,s(0),Z)` a `suma(s(0),X,Z)`.

**Seznamy, řez**

# Reprezentace seznamu

- **Seznam:**  $[a, b, c]$ , prázdný seznam  $[]$
- **Hlava (libovolný objekt), tělo (seznam):**  $.(Hlava, TeĽo)$ 
  - všechny strukturované objekty stromy – i seznamy
  - funktor ".", dva argumenty
  - $.(a, .(b, .(c, []))) = [a, b, c]$
  - notace:  $[Hlava | TeĽo] = [a | TeĽo]$   
TeĽo je v  $[a | TeĽo]$  seznam, tedy píšeme  $[a, b, c] = [a | [b, c]]$
- Lze psát i:  $[a, b | TeĽo]$ 
  - před "|" je libovolný počet prvků seznamu, za "|" je seznam zbývajících prvků
  - $[a, b, c] = [a | [b, c]] = [a, b | [c]] = [a, b, c | []]$
  - pozor:  $[ [a, b] | [c] ] \neq [ a, b | [c] ]$
- Seznam jako **neúplná datová struktura:**  $[a, b, c | T]$ 
  - Seznam =  $[a, b, c | T]$ ,  $T = [d, e | S]$ , Seznam =  $[a, b, c, d, e | S]$

# Cvičení: append/2

```
append( [], S, S ).      % (1)
append( [X|S1], S2, [X|S3] ) :- append( S1, S2, S3).    % (2)

:- append([1,2],[3,4],A).
   | (2)
   | A=[1|B]
:- append([2],[3,4],B).
   | (2)
   | B=[2|C] => A=[1,2|C]
:- append([], [3,4],C).
   | (1)
   | C=[3,4] => A=[1,2,3,4],
yes
```

Předchudce a následník prvku X v seznamu S

```
hľedej(S,X,Pred,Po) :- append( _S1, [ Pred,X,Po | _S2 ], S)
```

# Seznamy a append

`append( [], S, S ).`

`append( [X|S1], S2, [X|S3] ) :- append( S1, S2, S3 ).`

Napište následující predikáty pomocí `append/3`:

- `prefix( S1, S2 ) :- append( S1, _S3, S2 ).`

DŮ: `suffix(S1,S2)`

- `last( X, S ) :- append( _S1, [X], S ).`

`append([3,2], [6], [3,2,6]).`      `X=6, S=[3,2,6]`

- `member( X, S ) :- append( S1, [X|S2], S ).`

`append([3,4,1], [2,6], [3,4,1,2,6]).`      `X=2, S=[3,4,1,2,6]`

DŮ: `adjacent(X,Y,S)`

- `% sublist(+S,+ASB)`

`sublist(S,ASB) :- append( AS, B, ASB ),`

`append( A, S, AS ).`

**POZOR** na efektivitu, bez `append` lze často napsat efektivněji

# Optimalizace posledního volání

- **Last Call Optimization (LCO)**
- Implementační technika snižující nároky na paměť
- Mnoho vnořených rekurzivních volání je náročné na paměť
- Použití LCO umožňuje vnořenou rekurzi s konstantními paměťovými nároky
- Typický příklad, kdy je možné použití LCO:
  - procedura musí mít pouze jedno rekurzivní volání: **v posledním cíli poslední klauzule**
  - cíle předcházející tomuto rekurzivnímu volání musí být **deterministické**
  - ```
p( ... ) :- ... % žádné rekurzivní volání v těle klauzule  
p( ... ) :- ... % žádné rekurzivní volání v těle klauzule  
...  
p(...) :- ..., !, p( ... ). % řez zajišťuje determinismus
```
- Tento typ rekurze lze převést na iteraci

# LCO a akumulátor

- Reformulace rekurzivní procedury, aby umožnila LCO
- Výpočet délky seznamu `length( Seznam, De1ka )`

```
length( [], 0 ).
```

```
length( [ H | T ], De1ka ) :- length( T, De1ka0 ), De1ka is 1 + De1ka0.
```

- Upravená procedura, tak aby umožnila LCO:

```
% length( Seznam, ZapocitanaDe1ka, CelkovaDe1ka ):
```

```
%           CelkovaDe1ka = ZapocitanaDe1ka + ,,počet prvků v Seznam''
```

```
length( Seznam, De1ka ) :- length( Seznam, 0, De1ka ). % pomocný predikát
```

```
length( [], De1ka, De1ka ). % celková délka = započítaná délka
```

```
length( [ H | T ], A, De1ka ) :- A0 is A + 1, length( T, A0, De1ka ).
```

- Přídavný argument se nazývá **akumulátor**

# Akumulátor a `sum_list(S, Sum)`

```
?- sum_list( [2,3,4], Sum ).
```

bez akumulátoru:

```
sum_list( [], 0 ).
```

```
sum_list( [H|T], Sum ) :- sum_list( T, SumT ),  
                          Sum is H + SumT.
```

s akumulátorem:

```
sum_list( S, Sum ) :- sum_list( S, 0, Sum ).
```

```
sum_list( [], Sum, Sum ).
```

```
sum_list( [H|T], A, Sum ) :- A1 is A + H,  
                             sum_list( T, A1, Sum).
```



# Výpočet faktoriálu `fact(N, F)`

s akumulátorem:

```
fact( N, F ) :- fact ( N, 1, F ).
```

```
fact( 1, F, F ) :- !.
```

```
fact( N, A, F ) :- N > 1,  
                  A1 is N * A,  
                  N1 is N - 1,  
                  fact( N1, A1, F ).
```

```

r(X):-write(r1).
r(X):-p(X),write(r2).
r(X):-write(r3).

p(X):-write(p1).
p(X):-a(X),b(X),!,
        c(X),d(X),write(p2).
p(X):-write(p3).

a(X):-write(a1).
a(X):-write(a2).

b(X):- X > 0, write(b1).
b(X):- X < 0, write(b2).

c(X):- X mod 2 == 0, write(c1).
c(X):- X mod 3 == 0, write(c2).

d(X):- abs(X) < 10, write(d1).
d(X):- write(d2).

```

Prozkoumejte trasy výpočtu a navracení např. pomocí následujících dotazů (vždy si středníkem vyžádejte navracení):

(1)  $X=1, r(X)$ .      (2)  $X=3, r(X)$ .  
(3)  $X=0, r(X)$ .      (4)  $X=-6, r(X)$ .

- řez v predikátu  $p/1$  neovlivní alternativy predikátu  $r/1$
- dokud nebyl proveden řez, alternativy predikátu  $a/1$  se uplatňují, př. neúspěch  $b/1$  v dotazu (3)
- při neúspěchu cíle za řezem se výpočet navrácí až k volající proceduře  $r/1$ , viz (1)
- alternativy vzniklé po provedení řezu se zachovávají - další možnosti predikátu  $c/1$  viz (2) a (4)

|                                  |              |                 |
|----------------------------------|--------------|-----------------|
| r(X):-write(r1).                 | ?- X=1,r(X). |                 |
| r(X):-p(X),write(r2).            | r1           | ?- X= -6, r(X). |
| r(X):-write(r3).                 | X = 1 ? ;    | r1              |
| p(X):-write(p1).                 | p1r2         | ?- X=3,r(X).    |
| p(X):-a(X),b(X),!,               | X = 1 ? ;    | r1              |
| c(X),d(X),write(p2).             | a1b1r3       | X = 3 ? ;       |
| p(X):-write(p3).                 | X = 1 ? ;    | p1r2            |
|                                  | no           | X = 3 ? ;       |
| a(X):-write(a1).                 | ?- X=0,r(X). | a1b1c2d1p2r2    |
| a(X):-write(a2).                 | r1           | d2p2r2          |
| b(X):- X > 0, write(b1).         | X = 0 ? ;    | X = 3 ? ;       |
| b(X):- X < 0, write(b2).         | p1r2         | d2p2r2          |
|                                  | X = 0 ? ;    | X = 3 ? ;       |
| c(X):- X mod 2 ::= 0, write(c1). | a1a2p3r2     | r3              |
| c(X):- X mod 3 ::= 0, write(c2). | X = 0 ? ;    | X = 3 ? ;       |
|                                  | r3           | no              |
| d(X):- abs(X) < 10, write(d1).   | X = 0 ? ;    | r3              |
| d(X):- write(d2).                | no           | X = -6 ? ;      |
|                                  |              | no              |

# Řez: maximum

Je tato definice predikátu max/3 korektní?

$\text{max}(X, Y, X) : -X \geq Y, ! .$

$\text{max}(X, Y, Y) .$

Není, následující dotaz uspěje: ?-  $\text{max}(2, 1, 1) .$

Uved'te dvě možnosti opravy, se zachováním použití řezu a bez.

$\text{max}(X, Y, X) : -X \geq Y .$

$\text{max}(X, Y, Z) : -X \geq Y, !, Z=X .$

$\text{max}(X, Y, Y) : -Y > X .$

$\text{max}(X, Y, Y) .$

Problém byl v definici, v první klauzuli se tvrdilo:  $X=Z \wedge X \geq Y \Rightarrow \text{true}$

správná definice je:  $X \geq Y \Rightarrow Z=X$

Při použití řezu je třeba striktně oddělit vstupní podmínky od výstupních unifikací a výpočtu.

# Řez: member

Jaký je rozdíl mezi následujícími definicemi predikátů member/2. Ve kterých odpovědích se budou lišit? Vyzkoušejte např. pomocí member( X, [1,2,3] ).

mem1(H, [H|\_]).

mem1(H, [\_|T]) :- mem1(H,T).

mem2(H, [H|\_]) :- !.

mem2(H, [\_|T]) :- mem2(H,T).

mem3(H, [K|\_]) :- H==K.

mem3(H, [K|T]) :- H\==K, mem3(H,T).

- mem1/2 vyhledá všechny výskyty, při porovnávání hledaného prvku s prvky seznamu může dojít k vázání proměnných (může sloužit ke generování všech prvků seznamu)
- mem2/2 najde jenom první výskyt, taky váže proměnné
- mem3/2 najde jenom první výskyt, proměnné neváže (hledá pouze identické prvky)

Dokážete napsat variantu, která hledá jenom identické prvky a přitom najde všechny výskyty?

mem4(H,[K|\_]) :- H==K. mem4(H,[K|T]) :- mem4(H,T).

# Řez: delete

`delete( X, [X|S], S ).`

`delete( X, [Y|S], [Y|S1] ) :- delete(X,S,S1).`

Napište predikát `delete(X,S,S1)`, který odstraní všechny výskyty `X` (pokud se `X` v `S` nevyskytuje, tak predikát uspěje).

`delete( _X, [], [] ).`

`delete( X, [X|S], S1 ) :- !, delete(X,S,S1).`

`delete( X, [Y|S], [Y|S1] ) :- delete(X,S,S1).`

# Seznamy: $\text{intersection}(A, B, C)$

DÚ: Napište predikát pro výpočet průniku dvou seznamů.

Nápověda: využijte predikát `member/2`

DÚ: Napište predikát pro výpočtu rozdílu dvou seznamů. Nápověda: využijte predikát `member/2`

**Všetchna řešení,  
třídění, rozdílové seznamy**



# Všechna řešení

```
% z(Jmeno,Prijmeni,Pohlavi,Vek,Prace,Firma)
```

```
z(petr,novak,m,30,skladnik,skoda). z(pavel,novy,m,40,mechanik,skoda).
```

```
z(rostislav,lucensky,m,50,technik,skoda). z(alena,vesela,z,25,sekretarka,skoda).
```

```
z(jana,dankova,z,35,asistentka,skoda). z(lenka,merinska,z,35,ucetni,skoda).
```

```
z(roman,maly,m,35,manazer,cs). z(alena,novotna,z,40,ucitelka,zs_stara).
```

```
z(david,novy,m,30,ucitel,zs_stara). z(petra,spickova,z,45,uklizecka,zs_stara).
```

## ■ Najděte jméno a příjmení všech lidí.

```
?- findall(Jmeno-Prijmeni, z(Jmeno,Prijmeni,_,_,_,_),L).
```

```
?- bagof( Jmeno-Prijmeni, [S,V,Pr,F] ^ z(Jmeno,Prijmeni,S,V,Pr,F) , L).
```

```
?- bagof( Jmeno-Prijmeni, [V,Pr,F] ^ z(Jmeno,Prijmeni,S,V,Pr,F) , L ).
```

## ■ Najděte jméno a příjmení všech zaměstnanců firmy skoda a cs

```
?- findall( c(J,P,Firma), ( z(J,P,_,_,_,Firma), ( Firma=skoda ; Firma=cs ) ),
```

```
?- bagof( J-P, [S,V,Pr]^z(J,P,S,V,Pr,F),( F=skoda ; F=cs ) ) , L ).
```

```
?- setof( P-J, [S,V,Pr]^z(J,P,S,V,Pr,F),( F=skoda ; F=cs ) ) , L ).
```

# Všechna řešení

Kolik žen a mužů je v databázi?

?- findall( c(P,J), z(P,J,z,\_,\_,\_), L), length(L,N).

?- findall( c(P,J), z(P,J,m,\_,\_,\_), L), length(L,N).

?- bagof(c(P,J), [Ve,Pr,Fi]^z(P,J,S,Ve,Pr,Fi), L), length(L,N).

?- findall( S-N, ( bagof(c(P,J), [Ve,Pr,Fi]^z(P,J,S,Ve,Pr,Fi), L),  
length(L,N)  
) , Dvojice ).

# Všechna řešení: příklady

1. Jaká jsou příjmení všech žen?
2. Kterí lidé mají více než 30 roků? Nalezněte jejich jméno a příjmení.
3. Nalezněte abecedně seřazený seznam všech lidí.
4. Nalezněte příjmení vyučujících ze zs\_stara.
5. Jsou v databázi dva bratři (mají stejné příjmení a různá jména)?
6. Které firmy v databázi mají více než jednoho zaměstnance?

1. `findAll(Prijmeni, z(_,Prijmeni,z,_,_,_), L)`.
2. `findAll(Jmeno-Prijmeni, ( z(Jmeno,Prijmeni,_,Vek,_,_), Vek>30 ), L)`.
3. `setof(P-J, [S,V,Pr,F]^z(J,P,S,V,Pr,F), L)`.
4. `findAll(Prijmeni, ( z(_,Prijmeni,_,_,P,zs_stara), (P=ucitel;P=ucitelka) ), L)`.
5. `findAll(b(J1-P,J2-P), ( z(J1,P,m,_,_,_),z(J2,P,m,_,_,_), J1@<J2 ), L)`.
6. `findAll(F-Pocet, ( bagof(P, [J,S,V,Pr]^z(J,P,S,V,Pr,F), L),  
length(L,Pocet), Pocet>1  
) , S)`.

# bubblesort(S, Sorted)

Seznam S seřad'te tak, že

- nalezněte první dva sousední prvky X a Y v S tak, že  $X > Y$ ,  
vyměňte pořadí X a Y a získáte S1;  
a seřad'te S1

swap(S,S1)

rekurzivně bubblesortem

- pokud neexistuje žádný takový pár sousedních prvků X a Y,  
pak je S seřazený seznam

```
bubblesort(S,Sorted) :-  
    swap (S,S1), !,                % Existuje použitelný swap v S?  
    bubblesort(S1, Sorted).  
bubblesort(Sorted,Sorted).        % Jinak je seznam seřazený  
  
swap([X,Y|Rest],[Y,X|Rest1]) :-   % swap prvních dvou prvků  
    X>Y.                          % nebo obecněji X@>Y, resp. gt(X,Y)  
swap([X|Rest],[X|Rest1]) :-       % swap prvků až ve zbytku  
    swap(Rest,Rest1).
```

# quicksort(S, Sorted)

Neprázdný seznam S seřad'te tak, že

- vyberte nějaký prvek X z S;  
rozdělte zbytek S na dva seznamy Small a Big tak, že:  
v Big jsou větší prvky než X a v Small jsou zbývající prvky
- seřad'te Small do SortedSmall
- seřad'te Big do SortedBig
- seříděný seznam vznikne spojením SortedSmall a [X|SortedBig]

konec rekurze pro S=[]

např. vyberte hlavu S

split(X, Seznam, Small, Big)

rekurzivně quicksortem

rekurzivně quicksortem

append

```
quicksort([], []).
```

```
quicksort([X|T], Sorted) :- split(X, Tail, Small, Big),  
                             quicksort(Small, SortedSmall),  
                             quicksort(Big, SortedBig),  
                             append(SortedSmall, [X|SortedBig], Sorted).
```

```
split(X, [], [], []).
```

```
split(X, [Y|T], [Y|Small], Big) :- X>Y, !, split(X, T, Small, Big).
```

```
split(X, [Y|T], Small, [Y|Big]) :- split(X, T, Small, Big).
```

# DÚ: insertsort(S, Sorted)

Neprázdný seznam  $S=[X|T]$  seřad'te tak, že

konec rekurze pro  $S=[]$

- seřad'te tělo  $T$  seznamu  $S$
- vložte hlavu  $X$  do seřazeného těla tak, že výsledný seznam je zase seřazený.

rekurzivně insertsortem

`insert(X,SortedT,Sorted)`

Víme: výsledek po vložení  $X$  je celý seřazený seznam.

```
insertsort([], []).
```

```
insertsort([X|T],Sorted) :-
```

```
    insertsort(T,SortedT),
```

```
% seřazení těla
```

```
    insert(X,SortedT,Sorted).
```

```
% vložení X na vhodné místo
```

```
insert(X,[Y|Sorted],[Y|Sorted1]) :-
```

```
    X > Y, !,
```

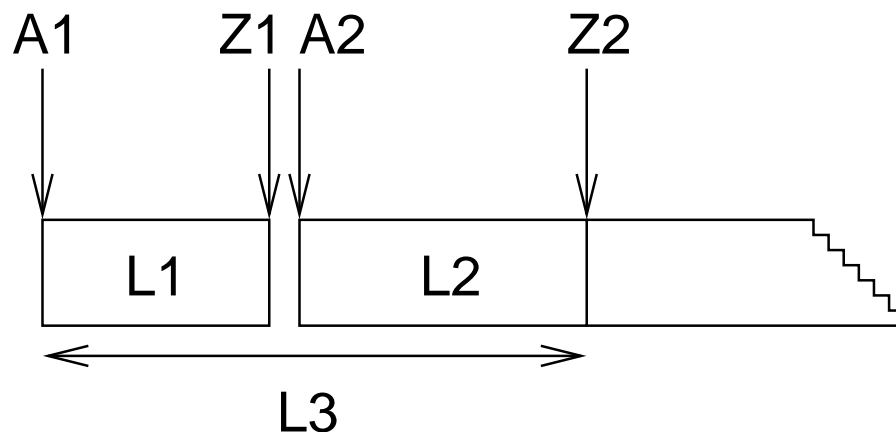
```
    insert(X,Sorted,Sorted1).
```

```
insert(X,Sorted,[X|Sorted]).
```

# Rozdílové seznamy

- Zapamatování konce a připojení na konec: rozdílové seznamy
- $[a, b] \dots L1-L2 = [a, b|T]-T = [a, b, c|S]-[c|S] = [a, b, c]-[c]$
- Reprezentace prázdného seznamu:  $L-L$

■



- ?- `append( [1,2,3|Z1]-Z1, [4,5|Z2]-Z2, A1-[] )`.

- `append( A1-Z1, Z1-Z2, A1-Z2 )`.

L1          L2          L3

`append( [1,2,3,4,5]-[4,5], [4,5]-[], [1,2,3,4,5]-[] )`.

# reverse(Seznam, Opacny)

```
% kvadratická složitost
```

```
reverse( [], [] ).
```

```
reverse( [ H | T ], Opacny ) :-
```

```
    reverse( T, OpacnyT ),
```

```
    append( OpacnyT, [ H ], Opacny ).
```

```
% lineární složitost, rozdílové seznamy
```

```
reverse( Seznam, Opacny ) :- reverse0( Seznam, Opacny-[] ).
```

```
reverse0( [], S-S ).
```

```
reverse0( [ H | T ], Opacny-OpacnyKonec ) :-
```

```
    reverse0( T, Opacny-[ H | OpacnyKonec] ).
```



# quicksort pomocí rozdílových seznamů

Neprázdný seznam  $S$  seřad'te tak, že

- vyberte nějaký prvek  $X$  z  $S$ ;  
rozdělte zbytek  $S$  na dva seznamy  $Small$  a  $Big$  tak, že:  
v  $Big$  jsou větší prvky než  $X$  a v  $Small$  jsou zbývající prvky
- seřad'te  $Small$  do  $SortedSmall$
- seřad'te  $Big$  do  $SortedBig$
- seříděný seznam vznikne spojením  $SortedSmall$  a  $[X|SortedBig]$

```
quicksort(S, Sorted) :- quicksort1(S,Sorted-[]).
```

```
quicksort1([],Z-Z).
```

```
quicksort1([X|T], A1-Z2) :-  
    split(X, T, Small, Big),  
    quicksort1(Small, A1-[X|A2]),  
    quicksort1(Big, A2-Z2).
```

```
append(A1-A2, A2-Z2, A1-Z2).
```

# DÚ: palindrom(L)

Napište predikát `palindrom(Seznam)`, který uspěje pokud se `Seznam` čte stejně zezadu i zepředu, př. `[a,b,c,b,a]` nebo `[12,15,1,1,15,12]`

```
palindrom(Seznam) :- reverse(Seznam,Seznam).
```

**Vstup/výstup,  
databázové operace,  
rozklad termu**

# Čtení ze souboru

```
process_file( Soubor ) :-  
    seeing( StarySoubor ),           % zjištění aktivního proudu  
    see( Soubor ),                   % otevření souboru Soubor  
    repeat,  
        read( Term ),                % čtení termu Term  
        process_term( Term ),        % manipulace s termem  
        Term == end_of_file,         % je konec souboru?  
    !,  
    seen,                             % uzavření souboru  
    see( StarySoubor ).              % aktivace původního proudu  
  
repeat.                               % vestavěný predikát  
repeat :- repeat.
```

# Predikáty pro vstup a výstup

```
| ?- read(A), read( ahoj(B) ), read( [C,D] ).
```

```
|: ahoj. ahoj( petre ). [ ahoj( 'Petre!' ), jdeme ].
```

A = ahoj, B = petre, C = ahoj('Petre!'), D = jdeme

```
| ?- write(a(1)), write('.') , nl, write(a(2)), write('.') , nl.
```

```
a(1).
```

```
a(2).
```

```
yes
```

- seeing, see, seen, read
- telling, tell, told, write
- standardní vstupní a výstupní stream: user

# Příklad: vstup/výstup

Napište predikát `uloz_do_souboru( Soubor )`, který načte několik fakt ze vstupu a uloží je do souboru `Soubor`.

```
| ?- uloz_do_souboru( 'soubor.pl' ).
```

```
|: fakt(mirek, 18).
```

```
|: fakt(pavel,4).
```

```
|: end_of_file.
```

yes

```
| ?- consult(soubor).
```

```
% consulting /home/hanka/soubor.pl...
```

```
% consulted /home/hanka/soubor.pl in module user, 0 msec
```

```
% 376 bytes
```

yes

```
| ?- listing(fakt/2). % pozor:listing/1 lze použít pouze při consult/1 (ne u compile/1)
```

```
fakt(mirek, 18).
```

```
fakt(pavel, 4).
```

yes

# Implementace: vstup/výstup

```
uloz_do_souboru( Soubor ) :-  
    seeing( StaryVstup ),  
    telling( StaryVystup ),  
    see( user ),  
    tell( Soubor ),  
    repeat,  
        read( Term ),  
        process_term( Term ),  
        Term == end_of_file,  
    !,  
    seen,  
    told,  
    tell( StaryVystup ),  
    see( StaryVstup ).  
  
process_term(end_of_file) :- !.  
process_term( Term ) :-  
    write( Term ), write( '.' ), nl.
```

# Databázové operace

- Databáze: specifikace množiny relací
- Prologovský program: **programová databáze**, kde jsou relace specifikovány explicitně (fakty) i implicitně (pravidly)

- Vestavěné predikáty pro změnu databáze během provádění programu:

`assert( Klauzule )`      přidání Klauzule do programu

`asserta( Klauzule )`      přidání na začátek

`assertz( Klauzule )`      přidání na konec

`retract( Klauzule )`      smazání klauzule unifikovatelné s Klauzule

- Pozor: `retract/1` lze použít pouze pro **dynamické klauzule** (přidané pomocí `assert`) a ne pro statické klauzule z programu
- Pozor: nadměrné použití těchto operací snižuje srozumitelnost programu



# Databázové operace: příklad

Napište predikát `vytvor_program/0`, který načte několik klauzulí ze vstupu a uloží je do programové databáze.

```
| ?- vytvor_program.
```

```
|: fakt(pavel, 4).
```

```
|: pravidlo(X,Y) :- fakt(X,Y).
```

```
|: end_of_file.
```

```
yes
```

```
| ?- listing(fakt/2).
```

```
fakt(pavel, 4).
```

```
yes
```

```
| ?- listing(pravidlo/2).
```

```
pravidlo(A, B) :- fakt(A, B).
```

```
yes
```

```
| ?- clause( pravidlo(A,B), C). % clause/2 použitelný pouze pro dynamické klauzule
```

```
C = fakt(A,B) ?
```

```
yes
```

# Databázové operace: implementace

```
vytvor_program :-  
    seeing( StaryVstup ),  
    see( user ),  
    repeat,  
        read( Term ),  
        uloz_term( Term ),  
        Term == end_of_file,  
    !,  
    seen,  
    see( StaryVstup ).
```

```
uloz_term( end_of_file ) :- !.
```

```
uloz_term( Term ) :-  
    assert( Term ).
```

# Konstrukce a dekompozice termu

- Konstrukce a dekompozice termu

Term =.. [ Funktor | SeznamArgumentu ]

a(9,e) =.. [a,9,e]

Call =.. [ Funktor | SeznamArgumentu ], call( Call )

atom =.. X  $\Rightarrow$  X = [atom]

- Pokud chci znát pouze funktor nebo některé argumenty, pak je efektivnější:

functor( Term, Funktor, Arita )

functor( a(9,e), a, 2 )

functor(atom,atom,0)      functor(1,1,0)

arg( N, Term, Argument )

arg( 2, a(9,e), e)

# Rekurzivní rozklad termu

- Term je proměnná (var/1), atom nebo číslo (atomic/1) ⇒ konec rozkladu
- Term je seznam ([\_|\_]) ⇒  
procházení seznamu a rozklad každého prvku seznamu
- Term je složený (=./2, functor/3) ⇒  
procházení seznamu argumentů a rozklad každého argumentu

- Příklad: ground/1 uspěje, pokud v termu nejsou proměnné; jinak neuspěje

```
ground(Term) :- atomic(Term), !.           % Term je atom nebo číslo NEBO
ground(Term) :- var(Term), !, fail.       % Term není proměnná NEBO
ground([H|T]) :- !, ground(H), ground(T). % Term je seznam a ani hlava ani tělo
   % neobsahují proměnné NEBO
ground(Term) :- Term =.. [ _Funktor | Argumenty ], % je Term složený
   % a jeho argumenty
   % neobsahují proměnné
```

```
?- ground(s(2,[a(1,3),b,c],X)).
```

no

```
?- ground(s(2,[a(1,3),b,c])).
```

yes

# subterm(S, T)

Napište predikát `subterm(S, T)` pro termy `S` a `T` bez proměnných, které uspějí, pokud je `S` podtermem termu `T`. Tj. musí platit alespoň jedno z

- podterm `S` je právě term `T` NEBO
- podterm `S` se nachází v hlavě seznamu `T` NEBO
- podterm `S` se nachází v těle seznamu `T` NEBO
- `T` je složený term (`compound/1`) a `S` je podtermem některého argumentu `T`
  - otestujte `:- subterm(1,2).`  
pokud nepoužijeme (`compound/1`), pak tento dotaz cyklí
  - otestujte `:- subterm(a, [1,2]).` ověřte, zda necyklí (nutný červený řez níže)

| `?- subterm(sin(3), b(c,2, [1,b], sin(3), a)).` yes

`subterm(T,T) :- !.`

`subterm(S, [H|_]) :- subterm(S,H), !.`

`subterm(S, [_|T]) :- !, subterm(S,T).`

`subterm(S,T) :- compound(T), T=..[_|Argumenty], subterm(S,Argumenty).`

# same(A, B)

Napište predikát `same(A, B)`, který uspěje, pokud mají termy A a B stejnou strukturu. Tj. musí platit právě jedno z

- A i B jsou proměnné NEBO
- pokud je jeden z argumentů proměnná (druhý ne), pak predikát neuspěje, NEBO
- A i B jsou atomické a unifikovatelné NEBO
- A i B jsou seznamy, pak jak jejich hlava tak jejich tělo mají stejnou strukturu NEBO
- A i B jsou složené termy se stejným funktorem a jejich argumenty mají stejnou strukturu

```
| ?- same([1,3,sin(X),s(a,3)], [1,3,sin(X),s(a,3)]). yes
```

```
same(A,B) :- var(A), var(B), !.
```

```
same(A,B) :- var(A), !, fail.
```

```
same(A,B) :- var(B), !, fail.
```

```
same(A,B) :- atomic(A), atomic(B), !, A==B.
```

```
same([HA|TA],[HB|TB]) :- !, same(HA,HB), same(TA,TB).
```

```
same(A,B) :- A=..[F|ArgA], B=..[F|ArgB], same(ArgA,ArgB).
```

## D.Ú. unify(A, B)

Napište predikát `unify(A, B)`, který unifikuje termy A a B a provede zároveň *kontrolu výskytu* pomocí `not_occurs(Var, Term)`.

```
| ?- unify([Y,3,sin(a(3)),s(a,3)], [1,3,sin(X),s(a,3)]).
```

```
X = a(3)      Y = 1      yes
```

```
unify(A,B) :- var(A), var(B), !, A=B.
```

```
unify(A,B) :- var(A), !, not_occurs(A,B), A=B.
```

```
unify(A,B) :- var(B), !, not_occurs(B,A), B=A.
```

```
unify(A,B) :- atomic(A), atomic(B), !, A==B.
```

```
unify([HA|TA],[HB|TB]) :- !, unify(HA,HB), unify(TA,TB).
```

```
unify(A,B) :- A=..[F|ArgA], B=..[F|ArgB], unify(ArgA,ArgB).
```

# not\_occurs(A, B)

Predikát `not_occurs(A, B)` uspěje, pokud se proměnná `A` nevyskytuje v termu `B`.

Tj. platí jedno z

- `B` je atom nebo číslo NEBO
- `B` je proměnná různá od `A` NEBO
- `B` je seznam a `A` se nevyskytuje ani v těle ani v hlavě NEBO
- `B` je složený term a `A` se nevyskytuje v jeho argumentech

```
not_occurs(_,B) :- atomic(B), !.
```

```
not_occurs(A,B) :- var(B), !, A\==B.
```

```
not_occurs(A,[H|T]) :- !, not_occurs(A,H), not_occurs(A,T).
```

```
not_occurs(A,B) :- B=..[_|Arg], not_occurs(A,Arg).
```



# **Logické programování s omezujícími podmínkami**

# Algebrogram

- Přiřad'te cifry 0, . . . 9 písmenům S, E, N, D, M, O, R, Y tak, aby platilo:

- $$\begin{array}{r} \text{SEND} \\ + \text{MORE} \\ \hline \text{MONEY} \end{array}$$

- různá písmena mají přiřazena různé cifry
- S a M nejsou 0

- **Proměnné:** S,E,N,D,M,O,R,Y

- **Domény:** [1..9] pro S,M      [0..9] pro E,N,D,O,R,Y

- **1 omezení pro nerovnost:**  $\text{all\_distinct}([S,E,N,D,M,O,R,Y])$

- **1 omezení pro rovnosti:**

$$\begin{array}{r} 1000*S + 100*E + 10*N + D \qquad \text{SEND} \\ + \quad 1000*M + 100*O + 10*R + E \qquad + \text{MORE} \\ \hline \# = 10000*M + 1000*O + 100*N + 10*E + Y \qquad \text{MONEY} \end{array}$$

# Jazykové prvky

Nalezněte řešení pro algebrogram

D O N A L D + G E R A L D = R O B E R T

## ■ Struktura programu

```
algebrogram( [D,O,N,A,L,G,E,R,B,T] ) :-  
    domain(...),                % domény proměnných  
    all_distinct(...), ... #=  
    labeling(...).              % prohledávání stavového prostoru
```

■ Knihovna pro CLP(FD) `:- use_module(library(clpfd)).`

■ Domény proměnných `domain( Seznam, MinValue, MaxValue )`

■ Omezení `all_distinct( Seznam )`

■ Aritmetické omezení `A*B + C #=  
D`

■ Procedura pro prohledávání stavového prostoru `labeling([], Seznam)`

# Algebrogram: řešení

```
:- use_module(library(clpfd)).
```

```
donald(LD):-
```

```
    % domény
```

```
    LD=[D,O,N,A,L,G,E,R,B,T],
```

```
    domain(LD,0,9),
```

```
    domain([D,G,R],1,9),
```

```
    % omezení
```

```
    all_distinct(LD),
```

```
        100000*D + 10000*O + 1000*N + 100*A + 10*L + D +
```

```
        100000*G + 10000*E + 1000*R + 100*A + 10*L + D
```

```
#= 100000*R + 10000*O + 1000*B + 100*E + 10*R + T,
```

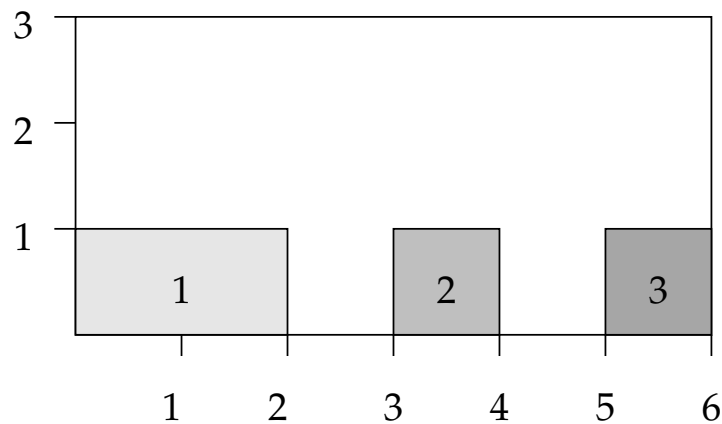
```
    % prohledávání stavového prostoru
```

```
    labeling([],LD).
```

# Disjunktivní rozvrhování (unární zdroj)

- `cumulative([task(Start, Duration, End, 1, Id) | Tasks])`
- Rozvržení úloh zadaných startovním a koncovým časem (Start, End), dobou trvání (**nezáporné** Duration) a identifikátorem (Id) tak, aby se nepřekrývaly
  - příklad s konstantami:

`cumulative([task(0,2,2,1,1), task(3,1,4,1,2), task(5,1,6,1,3)])`



- Start, Duration, End, Id musí být doménové proměnné s konečnými mezemi nebo celá čísla

# Plánování

Každý úkol má stanoven dobu trvání a nejdřívější čas, kdy může být zahájen. Nalezněte startovní čas každého úkolu tak, aby se jednotlivé úkoly nepřekrývaly.

Úkoly jsou zadány následujícím způsobem:

```
% uko1(Id,Doba,MinStart,MaxKonec)
```

```
uko1(1,4,8,70).    uko1(2,2,7,60).    uko1(3,1,2,25).    uko1(4,6,5,55).  
uko1(5,4,1,45).    uko1(6,2,4,35).    uko1(7,8,2,25).    uko1(8,5,0,20).  
uko1(9,1,8,40).    uko1(10,7,4,50).    uko1(11,5,2,50).    uko1(12,2,0,35).  
uko1(13,3,30,60).    uko1(14,5,15,70).    uko1(15,4,10,40).
```

Kostra řešení:

```
uko1y(Zacatky) :- domeny(Uko1y,Zacatky,Tasks),  
                  cumulative(Tasks),  
                  labeling([],Zacatky).
```

```
domeny(Uko1y,Zacatky,Tasks) :- findall(uko1(Id,Doba,MinStart,MaxKonec),  
   uko1(Id,Doba,MinStart,MaxKonec), Uko1y),  
                                nastav_domeny(Uko1y,Zacatky,Tasks).
```

# Plánování: výstup

```
tiskni(Uko1y,Zacatky) :-  
    priprav(Uko1y,Zacatky,Vstup),  
    quicksort(Vstup,Vystup),  
    nl, tiskni(Vystup).  
  
priprav([],[],[]).  
priprav([uko1(Id,Doba,MinStart,MaxKonec)|Uko1y], [Z|Zacatky],  
    [uko1(Id,Doba,MinStart,MaxKonec,Z)|Vstup]) :-  
    priprav(Uko1y,Zacatky,Vstup).  
  
tiskni([]) :- nl.  
tiskni([V|Vystup]) :-  
    V=uko1(Id,Doba,MinStart,MaxKonec,Z),  
    K is Z+Doba,  
    format('    ~d: \t~d..~d \t(~d: ~d..~d)\n',  
        [Id,Z,K,Doba,MinStart,MaxKonec] ),  
    tiskni(Vystup).
```

# Plánování: výstup II

```
quicksort(S, Sorted) :- quicksort1(S,Sorted-[]).
```

```
quicksort1([],Z-Z).
```

```
quicksort1([X|Tail], A1-Z2) :-  
    split(X, Tail, Small, Big),  
    quicksort1(Small, A1-[X|A2]),  
    quicksort1(Big, A2-Z2).
```

```
split(_X, [], [], []).
```

```
split(X, [Y|T], [Y|Small], Big) :- greater(X,Y), !, split(X, T, Small, Big).
```

```
split(X, [Y|T], Small, [Y|Big]) :- split(X, T, Small, Big).
```

```
greater(ukoř(?,?,?,Z1),ukoř(?,?,?,Z2)) :- Z1>Z2.
```



# Plánování a domény

Napište predikát `nastav_domeny/3`, který na základě datové struktury `[uko](Id,Doba,MinStart,MaxKonec) | Uko]y` vytvoří doménové proměnné `Zacatky` pro začátky startovních dob úkolů a strukturu `Tasks` vhodnou pro omezení `cumulative/1`, jejíž prvky jsou úlohy ve tvaru `task(Zacatek,Doba,Konec,1,Id)`.

```
% nastav_domeny(+Uko]y,-Zacatky,-Tasks)
```

```
nastav_domeny([],[],[]).
```

```
nastav_domeny([uko](Id,Doba,MinStart,MaxKonec) | Uko]y), [Z|Zacatky],  
                [task(Z,Doba,K,1,Id) | Tasks]) :-  
    MaxStart is MaxKonec-Doba,  
    Z in MinStart..MaxStart,  
    K #= Z + Doba,  
    nastav_domeny(Uko]y,Zacatky,Tasks).
```

# D.Ú. Plánování a precedence: precedence(Tasks)

Rozšiřte řešení předchozího problému tak, aby umožňovalo zahrnutí precedencí, tj. jsou zadány dvojice úloh A a B a musí platit, že A má být rozvrhováno před B.

```
% prec(IdA,IdB)
```

```
prec(8,7). prec(6,12). prec(2,1).
```

Pro určení úlohy v Tasks lze použít nth1(N, Seznam, NtyPrvek) z knihovny

```
:- use_module(library(lists)).
```

```
precedence(Tasks) :- findall(prec(A,B),prec(A,B),P),  
                      omezeni_precedence(P,Tasks).
```

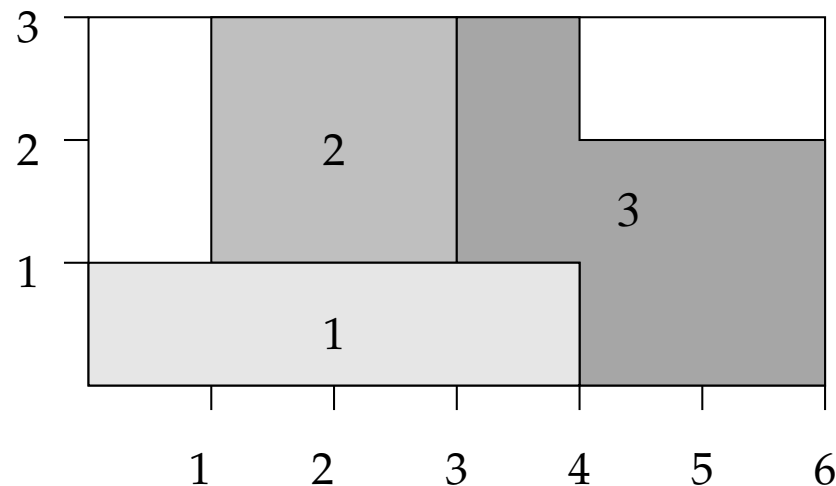
```
omezeni_precedence([],_Tasks).
```

```
omezeni_precedence([prec(A,B)|Prec],Tasks) :-  
    nth1(A,Tasks,task(ZA,DA,_KA,1,A)),  
    nth1(B,Tasks,task(ZB,_DB,_KB,1,B)),  
    ZA + DA #=< ZB,  
    omezeni_precedence(Prec,Tasks).
```

# Kumulativní rozvrhování

- `cumulative([task(Start,Duration,End,Demand,TaskId) | Tasks], [limit(Limit)])`
- Rozvržení úloh zadaných startovním a koncovým časem (Start,End), dobou trvání (**nezáporné** Duration), požadovanou kapacitou zdroje (Demand) a identifikátorem (Id) tak, aby se nepřekrývaly a aby celková kapacita zdroje nikdy nepřekročila Limit
- Příklad s konstantami:

`cumulative([task(0,4,4,1,1),task(1,2,3,2,2),task(3,3,6,2,3),task(4,2,6,1,4)], [limit(3)])`



# Plánování a lidé

Modifikujte řešení předchozího problému tak, že

- odstraňte omezení na nepřekrývání úkolů
- přidejte omezení umožňující řešení každého úkolu zadaným člověkem (každý člověk může zpracovávat nejvýše tolik úkolů jako je jeho kapacita)

```
% clovek(Id,Kapacita,IdUkoly) ... clovek Id zpracovává úkoly v seznamu IdUkoly  
clovek(1,2,[1,2,3,4,5]). clovek(2,1,[6,7,8,9,10]). clovek(3,2,[11,12,13,14,15])
```

```
lide(Tasks,Lide) :-
```

```
    findall(clovek(Kdo,Kapacita,Ukoly),clovek(Kdo,Kapacita,Ukoly), Lide),  
    omezeni_lide(Lide,Tasks).
```

```
omezeni_lide([],_Tasks).
```

```
omezeni_lide([clovek(_Id,Kapacita,UkolyCloveka)|Lide],Tasks) :-  
    omezeni_clovek(UkolyCloveka,Kapacita,Tasks),  
    omezeni_lide(Lide,Tasks).
```

# Plánování a lidé (pokračování)

Napište predikát `omezeni_clovek(UkolyCloveka, Kapacita, Tasks)`, který ze seznamu `Tasks` vybere úlohy určené seznamem `UkolyCloveka` a pro takto vybrané úlohy sešle omezení `cumulative/2` s danou kapacitou člověka `Kapacita`.

Pro nalezení úlohy v `Tasks` lze použít `nth1(N, Tasks, NtyPrvek)` z knihovny

```
:- use_module(library(lists)).
```

```
omezeni_clovek(UkolyCloveka, Kapacita, Tasks) :-  
    omezeni_clovek(UkolyCloveka, Kapacita, Tasks, []).
```

```
omezeni_clovek([], Kapacita, _Tasks, TasksC) :-  
    cumulative(TasksC, [limit(Kapacita)]).
```

```
omezeni_clovek([U|UkolyCloveka], Kapacita, Tasks, TasksC) :-  
    nth1(U, Tasks, TU),  
    omezeni_clovek(UkolyCloveka, Kapacita, Tasks, [TU|TasksC]).
```

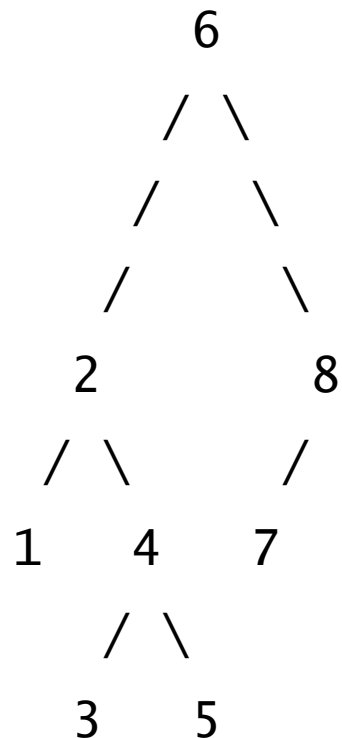
**Stromy, grafy**

# Stromy

Uzly stromu Tree jsou reprezentovány termy

- `tree(Left,Value,Right)`: Left a Right jsou opět stromy, Value je ohodnocení uzlu
- `leaf(Value)`: Value je ohodnoceni uzlu

- Příklad:



```
tree(tree(leaf(1), 2, tree(leaf(3),4,leaf(5)) ), 6, tree(leaf(7),8,[])) )
```

# Stromy: hledání prvku $\text{in}(X,T)$

Predikát  $\text{in}(X,T)$  uspěje, pokud se prvek  $X$  nachází ve stromu  $T$ .

Prvek  $X$  se nachází ve stromě  $T$ , jestliže

- $X$  je listem stromu  $T$ , jinak leaf(X)
- $X$  je kořen stromu  $T$ , jinak tree(Left,X,Right)
- $X$  je menší než kořen stromu  $T$ , pak se nachází v levém podstromu  $T$ , jinak
- $X$  se nachází v pravém podstromu  $T$

```
in(X, leaf(X)) :- !.
```

```
in(X, tree(_,X,_)) :- !.
```

```
in(X, tree(Left, Root, Right) ) :-  
    X<Root, !,  
    in(X,Left).
```

```
in(X, tree(Left, Root, Right) ) :-  
    in(X,Right).
```



# Stromy: přidávání $\text{add}(T, X, \text{With}X)$

Prvek  $X$  přidej do stromu  $T$  jednou z následujících možností:

- pokud  $T = []$ , pak je nový strom  $\text{leaf}(X)$
- pokud  $T = \text{leaf}(V)$  a  $X > V$ , pak vznikne nový strom s kořenem  $V$ , vpravo má  $\text{leaf}(X)$  (vlevo je  $[]$ )  
pokud  $T = \text{leaf}(V)$  a  $X < V$ , pak vznikne nový strom s kořenem  $V$ , vlevo má  $\text{leaf}(X)$  (vpravo je  $[]$ )
- pokud  $T = \text{tree}(L, V, R)$  a  $X > V$ , pak v novém stromě  $L$  ponechej a  $X$  přidej doprava (rekurzivně)  
pokud  $T = \text{tree}(L, V, R)$  a  $X < V$ , pak v novém stromě  $R$  ponechej a  $X$  přidej doleva (rekurzivně)

$\text{add}([], X, \text{leaf}(X)) \text{ :- !.}$

$\text{add}(\text{leaf}(V), X, \text{tree}([], V, \text{leaf}(X))) \text{ :- } X > V, \text{ !.}$

$\text{add}(\text{leaf}(V), X, \text{tree}(\text{leaf}(X), V, [])) \text{ :- !. } X < V,$

$\text{add}(\text{tree}(L, V, R), X, \text{tree}(L, V, R1)) \text{ :- } X > V, \text{ !, add}(R, X, R1).$

$\text{add}(\text{tree}(L, V, R), X, \text{tree}(L1, V, R)) \text{ :- } X < V, \text{ add}(L, X, L1).$

# Procházení stromů

Napište predikát `traverse(Tree, List)`, který projde traversálně strom `Tree`. Seznam `List` pak obsahuje všechny prvky tohoto stromu.

Pořadí preorder: nejprve uzel, pak levý podstrom, nakonec pravý podstrom

```
?- traverse(tree(tree(leaf(1),2,tree(leaf(3),4,leaf(5))),6,
             tree(leaf(7),8,leaf(9))), [6,2,1,4,3,5,8,7,9]).           (preorder)
```

```
traverse(T,Pre):- t_pre(T,Pre,[]).
```

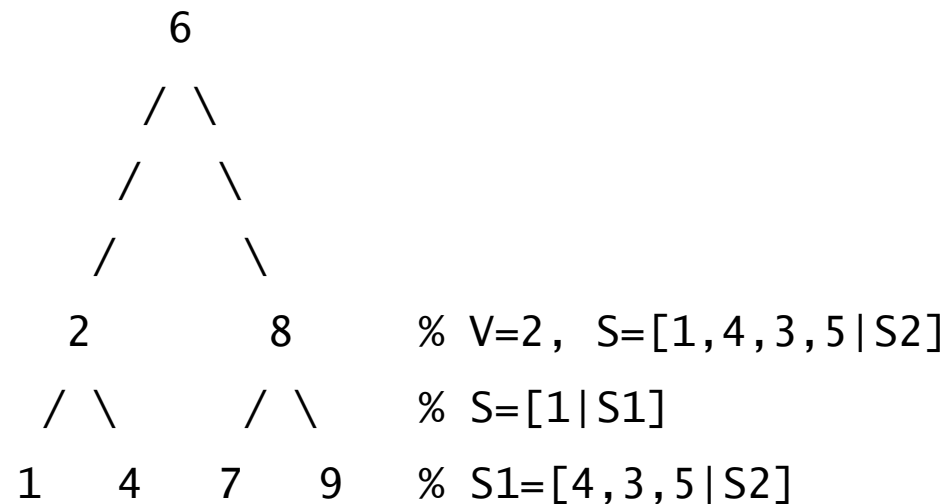
```
t_pre([],S,S).
```

```
t_pre(leaf(V),[V|S],S).
```

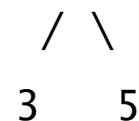
```
t_pre(tree(L,V,R),[V|S],S2):-
```

```
    t_pre(L,S,S1),
```

```
    t_pre(R,S1,S2).
```



Použit princip rozdílových seznamů



# Procházení stromů

```
traverse(T,Pre):- t_pre(T,Pre, []).
```

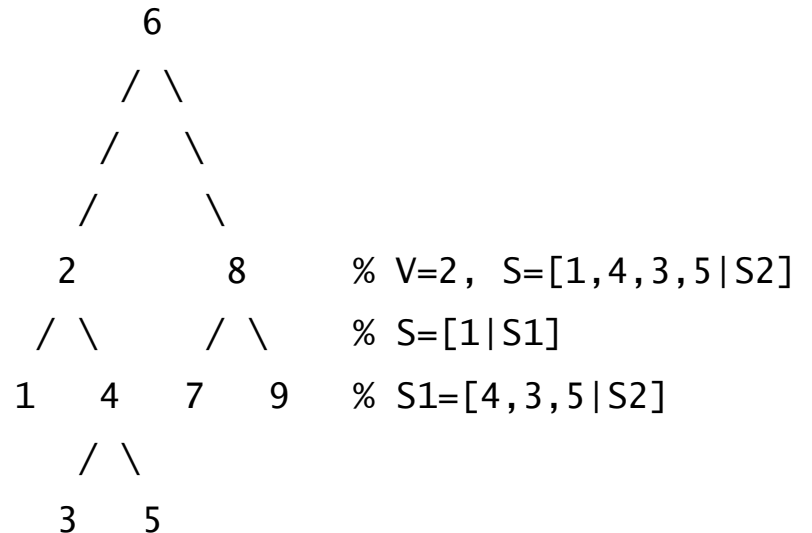
```
t_pre([],S,S).
```

```
t_pre(leaf(V),[V|S],S).
```

```
t_pre(tree(L,V,R),[V|S],S2):-
```

```
    t_pre(L,S,S1),
```

```
    t_pre(R,S1,S2).
```



Modifikuje algoritmus tak, aby byly uzly vypsány v pořadí inorder (nejprve levý podstrom, pak uzel a nakonec pravý podstrom), tj. [1,2,3,4,5,6,7,8,9]

```
traverse(T,In):- t_in(T,In, []).
```

```
t_in([],S,S).
```

```
t_in(leaf(V),[V|S],S).
```

```
t_in(tree(L,V,R),S,S2):-
```

```
    t_in(L,S,[V|S1]),
```

```
    t_in(R,S1,S2).
```

# DÚ: Procházení stromu postorder

Modifikuje algoritmus tak, aby byly uzly vypsány v pořadí postorder (nejprve levý podstrom, pak pravý podstrom a nakonec uzel), tj. [1,3,5,4,2,7,9,8,6]

```
traverse_post(T, Post) :-
```

```
    t_post(T, Post, []).
```

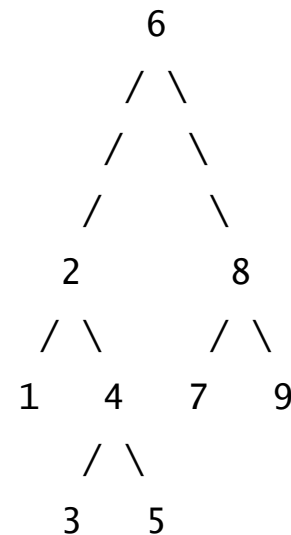
```
t_pre([], S, S).
```

```
t_post(leaf(V), [V|S], S).
```

```
t_post(tree(L, V, R), S, S2) :-
```

```
    t_post(L, S, S1),
```

```
    t_post(R, S1, [V|S2]).
```



# Reprezentace grafu

- Reprezentace grafu: pole následníků uzlů
- Grafy nebudeme modifikovat, tj. pro reprezentaci pole lze využít term
- (Orientovany) neohodnocený graf

`graf([2,3],[1,3],[1,2]).`

```
1--2
 \ |
  \|
   3
```

`graf([2,4,6],[1,3],[2],[1,5],[4,6],[1,5]).`

```
5--4
 |  |
6--1--2--3
```

?- `functor(Graf,graf,PocetUzlu).`

?- `arg(Uzel,Graf,Sousedi).`

- (Orientovany) ohodnocený graf `[Soused-Ohodnoceni|Sousedi]`

`graf([2-1,3-2],[1-1,3-2],[1-2,2-2]).`

`graf([2-1,4-3,6-1],[1-1,3-2],[2-2],[1-3,5-1],[4-1,6-2],[1-1,5-2]).`

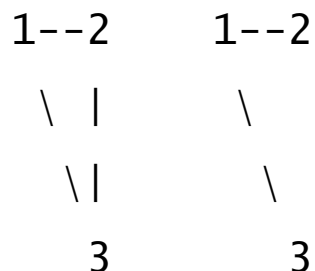
# Procházení grafu do hloubky

Napište predikát `dfs(Uzel,Graf,Parents)` pro procházení grafu `Graf` do hloubky z uzlu `Uzel`. Výsledkem je datová struktura `Parents`, která reprezentuje strom vzniklý při prohledávání do hloubky (pro každý uzel stromu známe jeho rodiče).

Datová struktura pro rodiče uzlů:

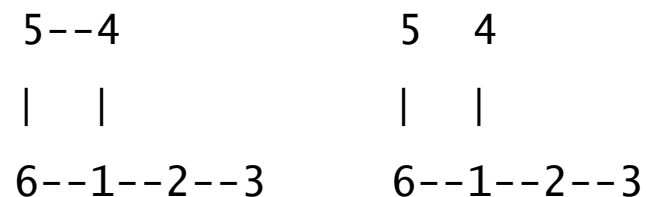
- při reprezentaci rodičů lze využít term s aritou odpovídající počtu uzlů
- iniciálně jsou argumentu termu volné proměnné
- na závěr je v N-tém argumentu uložen rodič N-tého uzlu (iniciální uzel označíme `empty`)

`graf([2,3],[1,3],[1,2]).`



`Uze1=2: rodic(2,empty,1)`

`graf([2,4,6],[1,3],[2],[1,5],[4,6],[1,5]).`



`Uze1=4: rodic(4, 1, 2, empty, 6, 1)`

# Procházení grafu do hloubky: algoritmus I

Procházení grafu z uzlu Uzel

- Vytvoříme term pro rodiče (všichni rodiči jsou zatím volné proměnné)
- Uzel Uzel má prázdného rodiče a má sousedy Sousedí
- Procházíme (rekurzivně) všechny sousedy v Sousedí

`dfs(Uze1, Graf, Parents) :-`

```
    functor(Graf, graf, Pocet),  
    functor(Parents, rodice, Pocet),  
    arg(Uze1, Parents, empty),  
    arg(Uze1, Graf, Sousedí),  
    prochazej_sousedy(Sousedí, Uze1, Graf, Parents).
```

# Procházení grafu do hloubky: algoritmus II

Procházení sousedů uzlu Uzel (pokud Uzel nemá sousedy, tj. Sousedí=[], končíme)

1. Uzel V je první soused
2. Zjistíme rodiče uzlu V ... pomocí `arg(V,Parents,Rodic)`
3. Pokud jsme V ještě neprošli (tedy nemá rodiče a platí `var(Rodic)`), tak
  - (a) nastavíme rodiče uzlu V na Uzel ... pomocí `arg/3`
  - (b) rekurzivně procházej všechny sousedy uzlu V

pokud jsme V prošli, dále tímto uzlem nepokračujeme, tj. celkem (`var(Rodic) -> ...; true`)

4. Procházej zbývající sousedy uzlu Uzel

`prochazej_sousedy([],_,_,_)`.

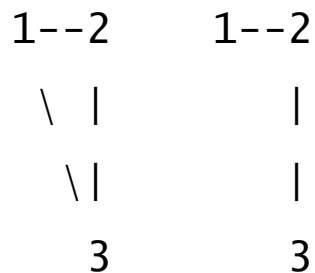
```
prochazej_sousedy([V|T],Uzel,Graf,Parents) :- arg(V,Parents,Rodic),  
    ( nonvar(Rodic) -> true  
    ; Rodic = Uzel,  
      arg(V,Graf,Sousediv),  
      prochazej_sousedy(Sousediv,V,Graf,Parents)  
    ),  
    prochazej_sousedy(T,Uzel,Graf,Parents).
```



# DÚ: Procházení grafu do šířky

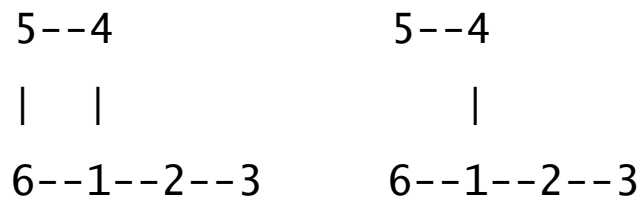
Napište predikát `bfs(U,G,P)` pro procházení grafu `G` do šířky z uzlu `U`. Výsledkem procházení je datová struktura `P`, která reprezentuje strom vzniklý při prohledávání grafu `G` do šířky (pro každý uzel stromu známe jeho rodiče).

`graf([2,3],[1,3],[1,2]).`



`U=2: rodic(2,empty,2)`

`graf([2,4,6],[1,3],[2],[1,5],[4,6],[1,5]).`



`U=4: rodic(4, 1, 2, empty, 4, 1)`

# Poděkování

Průsviky ze cvičení byly připraveny na základě materiálů dřívějších cvičících tohoto předmětu.

Speciální poděkování patří

- Adrianě Strejčkové

Další podklady byly připraveny

- Alešem Horákem
- Miroslavem Nepilem
- Evou Žáčkovou