DDÚ Množiny

1) a) $\{(c,b),(c,c),(c,d),(d,b),(d,c),(d,d)\}$

b) $\{(a,b),(a,c),(a,d),\cancel{a},c,d\}$

c) $\{\emptyset,\{a\},\{c\},\{d\},\{a,c\},\{a,d\},\{c,d\},\{a,c,d\}\}$

d) $\{\{b\},\{b,c\},\{b,d\},\{b,c,d\}\}$

e) $\{(a,a),(a,c),(a,d),(c,a),(d,a)\}$

$(a,b)\in A\times B$, $(a,b)\notin B\times A$

2) a) v $A\div B$ jsou prvky, které obsahují právě jedna z množin A,B

b) $A\div B=(A\setminus B)\cup(B\setminus A)=(B\setminus A)\cup(A\setminus B)=B\div A$

c) $A\div A=\emptyset$, $A\div\emptyset=A$

d) $(A\div B)\div C=[(A\setminus B)\cup(B\setminus A)]\div C=\big([(A\setminus B)\cup(B\setminus A)]\setminus C\big)\cup\big(C\setminus[(A\setminus B)\cup(B\setminus A)]\big)$

$$=\Big[[A\setminus(B\cup C)]\cup\overbrace{[(A\cap C)\setminus B]}^{\subseteq C}\cup[B\setminus(A\cup C)]\cup\overbrace{[(B\cap C)\setminus A]}^{\subseteq C}\Big)\setminus C\Big]\cup$$

$$\cup\Big([C\setminus(A\cup B)]\cup[A\cap B\cap C]\Big)=$$

$$=[A\setminus(B\cup C)]\cup[B\setminus(A\cup C)]\cup[C\setminus(A\cup B)]\cup[A\cap B\cap C]=$$

$$=A\div(B\div C)$$

symetrické ve všech argumentech A,B,C (libovolnou záměnou mám totéž).

3) a) $\boxed{A \subseteq B}$ a nechť $x \in C \setminus B$, pak jistě $x \in C$ & $\boxed{x \notin B}$, pak $\boxed{x \notin A}$. Proto $x \in C \setminus A$, a tedy $C \setminus B \subseteq C \setminus A$.

b) nechť $A \cap B \cap C = \emptyset$ a zároveň $A \cup B \subseteq C$ a nechť $x \in A \cap B$, proto $x \in A$ a $x \in B$. Aby $A \cap B \cap C = \emptyset$ musí $x \notin C$. Ale zároveň $x \in A \cup B \subseteq C$ a proto $x \in C$. Spor s tím, že $x \in C$. Proto neexistuje $x \in A \cap B$, a tedy $A \cap B = \emptyset$.

4) a) nechť $C \subseteq A \cup B$, pak

$$C = C \cap (A \cup B) = (C \cap A) \cup (C \cap B).$$

b) nechť $C = (C \cap A) \cup (C \cap B) = C \cap (A \cup B)$, pak $C \subseteq A \cup B$.

c) NE: $A = \{a, x\}$, $B = \{b, x\}$, $C = \{b, c\}$

d) NE: $A = \{a\}$ $B = \{a\}$ $C = \emptyset$