

MB102 – 3. demonstovaná cvičení

Limity a derivace

Masarykova univerzita
Fakulta informatiky

7.3. 2011

Plán přednášky

1 Domácí úlohy z minulého týdne

2 Návodné úlohy

Příklad 1. *Udejte příklad*

- 1 *podmnožiny v \mathbb{R} , která není ani otevřená ani uzavřená,*
- 2 *nekonečně mnoha uzavřených podmnožin \mathbb{R} jejichž sjednocením je otevřená množina,*
- 3 *nekonečně mnoha otevřených podmnožin \mathbb{R} jejichž průnikem je uzavřená množina.*

Příklad 2. *Dokažte, že každá konečná podmnožina množiny \mathbb{R} je uzavřená.*

Příklad 3. *Určete hromadné, izolované, hraniční a vnitřní body následujících podmnožin v \mathbb{R} :*

- 1 $\{\frac{1}{p} \mid p \text{ je prvočíslo}\},$
- 2 $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q},$
- 3 $\{x \in \mathbb{R} \mid 0 \leq x^3 < 2\}.$

Svá tvrzení zdůvodněte.

Plán přednášky

- 1 Domácí úlohy z minulého týdne
- 2 **Návodné úlohy**

Spočítejte následující limity posloupností:

1

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^2},$$

Spočítejte následující limity posloupností:

1

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^2},$$

2

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n^3 - 2n^2 + 1}{3n^3 - n^2 + 3},$$

Spočítejte následující limity posloupností:

1

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^2},$$

2

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n^3 - 2n^2 + 1}{3n^3 - n^2 + 3},$$

3

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^3 - 2n^2 + 1}{n^2 - n + 3}.$$

1 Pro $c > 0$ ukažte

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{c} = 1.$$

- 1 Pro $c > 0$ ukažte

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{c} = 1.$$

- 2 Pro libovolná $k, n \in \mathbb{N}$, $n \geq k$ ukažte $n! \geq \frac{k!}{k^k} k^n$.

- 1 Pro $c > 0$ ukažte

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{c} = 1.$$

- 2 Pro libovolná $k, n \in \mathbb{N}$, $n \geq k$ ukažte $n! \geq \frac{k!}{k^k} k^n$.

- 3 Ukažte

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{n!} = \infty.$$

Určete následující limity:

1

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x - 4}{x^2 - x - 12},$$

Určete následující limity:

1

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x - 4}{x^2 - x - 12},$$

2

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{x - 1},$$

Určete následující limity:

1

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x - 4}{x^2 - x - 12},$$

2

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{x - 1},$$

3

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{3 + 2^{1/x}},$$

Určete následující limity:

1

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x - 4}{x^2 - x - 12},$$

2

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{x - 1},$$

3

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{3 + 2^{1/x}},$$

4

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - 2}{\sqrt{x^2 - 4}},$$

Určete následující limity:

1

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x - 4}{x^2 - x - 12},$$

2

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{x - 1},$$

3

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{3 + 2^{1/x}},$$

4

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - 2}{\sqrt{x^2 - 4}},$$

5

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - 1}{\sqrt{x^2 + 3} - 2}.$$

Z definice spočítejte derivace funkcí x^2 , $1/x$, $\sin(x)$.