MB102 – 6. demonstrovaná cvičení
Taylorovy polynomy

Masarykova univerzita
Fakulta informatiky

29.3. 2011

Plán přednášky

Příklad 1. *Sečtěte následující řady (výsledné komplexní číslo vyjádřete v algebraickém tvaru):*

1. $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2i+2)^n}$,
2. $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{(4i)^n} - \frac{1}{5^{n+1}} \right)$.

Příklad 1. *Sečtěte následující řady (výsledné komplexní číslo vyjádřete v algebraickém tvaru):*

1. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2i+2)^n}$,
2. $\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{(4i)^n} - \frac{1}{5^{n+1}} \right)$.

Řešení.

1. 6/5-(2/5)i
2. 47/68-(4/17)i

□

Příklad 2. *Určete, zda následující řady konvergují či divergují:*

1. $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n+\sqrt{n}+1}$,
2. $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{\frac{n^3+4n+1}{n^5-5n^2-1}}$.

Příklad 3. *Určete poloměr konvergence následujících mocninných řad:*

1. $\sum\limits_{n=0}^{\infty} (2011)^n x^n$,
2. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 2011 x^n$,
3. $\sum\limits_{n=0}^{\infty} \frac{n-1}{n^{3n}} x^n$,
4. $\sum\limits_{n=0}^{\infty} n! x^n$.

Řešení. $\square$

Příklad 3. *Určete poloměr konvergence následujících mocninných řad:*

1. $\sum_{n=0}^{\infty} (2011)^n x^n,$
2. $\sum_{n=1}^{\infty} 2011 x^n,$
3. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n-1}{n^{3n}} x^n,$
4. $\sum_{n=0}^{\infty} n! x^n.$

Řešení. □

Příklad 4. *Námět k přemýšlení: má smysl výraz i^i? Kolik by to mohlo být?*

Plán přednášky

Oscar II, Král Švédský, 1829 – 1907

Problém pohybu *n* těles

„Je dán systém konečně mnoha hmotných bodů, které na sebe působí podle Newtnova zákonu gravitace. Za předpokladu, že žádné dva body se nikdy nesrazí, nalezněte funkci pro dráhu (danou v souřadnicích) každého z daných bodů. Tato funkce by měla dána moncinnou řadou závisející na čase a měla by stejnoměrně konvergovat.“

Henri Poincaré, franzouzský matematik a fyzik, 1854 – 1912

1889 Článek „O pohybu nebeských těles“

Určete následující limity:

1. $\displaystyle {}_{x\to 0}\frac{x\cdot e^{x}}{\sin x}$

Určete následující limity:

1. $x \longrightarrow 0 \, \frac{x \cdot e^x}{\sin x}$
2. $x \longrightarrow 0 \, \frac{x^2 \cdot e^x}{\sin^2 x}$

Určete následující limity:

1. $x \longrightarrow 0 \, \frac{x \cdot e^x}{\sin x}$
2. $x \longrightarrow 0 \, \frac{x^2 \cdot e^x}{\sin^2 x}$
3. $x \longrightarrow 0 \, \frac{x^3 \cdot e^x}{2 \sin x - \sin^2(x)}$

Určete následující limity:

1. $x \longrightarrow 0 \, \frac{x \cdot e^x}{\sin x}$
2. $x \longrightarrow 0 \, \frac{x^2 \cdot e^x}{\sin^2 x}$
3. $x \longrightarrow 0 \, \frac{x^3 \cdot e^x}{2 \sin x - \sin^2(x)}$
4. $x \longrightarrow 0 \, \frac{x^{\frac{1}{x}}}{}$

Určete následující limity:

1. $x\longrightarrow 0 \, \frac{x \cdot e^x}{\sin x}$
2. $x\longrightarrow 0 \, \frac{x^2 \cdot e^x}{\sin^2 x}$
3. $x\longrightarrow 0 \, \frac{x^3 \cdot e^x}{2 \sin x - \sin^2(x)}$
4. $x\longrightarrow 0 \, \frac{x^{\frac{1}{x}}}{}$
5.

Příklad *Určete Taylorův polynom čtvrtého stupně funkce* $\sin(2x)$ *v bodě* 0 *(*T_0^4*).*

Příklad *Určete Taylorův polynom třetího stupně funkce* $\ln(\sin(x))$ *v bodě* $\pi/4$*.*