Příklad 1: Nechť je dáno zobrazení $\varphi : (\mathbb{Z}, +) \longrightarrow (\mathbb{Z}, +)$, $\varphi(a) = 2a$, $\forall a \in \mathbb{Z}$. Rozhodněte, zda φ je homomorfismus

Příklad 2: Nechť je dáno zobrazení $f : (\mathbb{G}, \cdot) \longrightarrow (\mathbb{Z}, +)$, kde

$$G = \{(1, a, b; 0, 1, c; 0, 0, 1) | a, b, c \in \mathbb{Z}\},$$

$f(A) = a - c$, $\forall A \in G$. Rozhodněte, zda f je homomorfismus. (Pozn.: Grupa G je grupa matic, matice je zadána po řádcích).

Příklad 3: Nechť je dáno zobrazení $\pi : (\mathbb{R}^2, +) \longrightarrow (\mathbb{R}, +)$, $\pi((x, y)) = x, \forall (x, y) \in \mathbb{R}^2$. Rozhodněte, zda π je homomorfismus. V případě, že ano, určete jeho jádro a obraz.

Příklad 4: Rozhodněte, zda předpis $\varphi : (\mathbb{Z}_{15}, +) \longrightarrow (\mathbb{Z}_3, +) \times (\mathbb{Z}_5, +)$, $\varphi([a]_{15}) = ([2a]_3, [2a]_5)$ zadává zobrazení. Pokud ano, rozhodněte, zda je φ homomorfismus.

Příklad 5: Ukažte, že $(\mathbb{Z}_2^n, +) \cong (P(X), \div)$. Množina X je n-prvková.

Příklad 6: Rozhodněte, zda zobrazení $h : (\Sigma_4, \circ) \longrightarrow (\Sigma_5, \circ)$ dané předpisem $h(s) = (2,3) \circ s \circ (2,3)$, $\forall s \in \Sigma_4$ je homomorfismus.

Příklad 7: Mějme grupu $(\mathbb{Z}_{81}^{\times}, \cdot)$.
a) Určete řád této grupy.
b) Najděte prvky řádu 9 a 10. V případě, že neexistují, zdůvodněte proč.

Příklad 8: Určete všechny homomorfismy $\mathbb{Z}_{15} \longrightarrow \mathbb{Z}_{24}$.