

12. demonstrační cvičení

Příklad 1. *Mějme nezápornou náhodnou veličinu X se střední hodnotou μ .*

- 1. Bez dalších informací o rozdělení X odhadněte $P(X > 3\mu)$.*
- 2. Víte-li, že $X \sim \text{Ex}(\frac{1}{\mu})$, vypočtěte $P(X > 3\mu)$.*

Příklad 2. *Určete pravděpodobnost, že při 600 hodech kostkou padne šestka alespoň 75 krát a nejvýše 125 krát*

- 1. pomocí Čebyševovy nerovnosti,*
- 2. pomocí de Moivre-Laplaceovy věty.*

[Odpověď: 1. aspoň $\frac{10}{15}$; 2.0,9937]

Příklad 3. Víme, že v jisté oblasti je 80% domácností vybaveno DVD přehrávačem. S pravděpodobností 95% určete

1. rozmezí počtu těch domácností z vylosovaných 900 domácností, které vlastní DVD,
2. dolní odhad počtu těch domácností z vylosovaných 900 domácností, které vlastní DVD.

Příklad 4. Hmotnost jedné porce kávy považujeme za náhodnou veličinu s normálním rozdělením $N(6\text{g}; 1,196\text{g}^2)$. Určete pravděpodobnost, že k přípravě 16 porcí kávy postačí jeden 100g balíček.

[Odpověď:

$$\begin{aligned} P\left(\sum_{i=1}^{16} X_i \leq 100\right) &= P\left(\frac{1}{16} \sum_{i=1}^{16} X_i \leq \frac{100}{16}\right) = P\left(M \leq \frac{100}{16}\right) = P\left(\frac{M - 6}{\sigma/\sqrt{16}} \leq \frac{\frac{100}{16} - 6}{\sigma/\sqrt{16}}\right) = \\ &= P\left(U \leq \frac{1/4}{\sigma/4}\right) = P(U \leq 1/\sigma) = P(U \leq 0,9144) \approx 0,818. \end{aligned}$$

]

Příklad 5. Předpokládejme, že velká skupina studentů má ze zápočtové písemky ze statistiky bodové hodnoty normálně rozloženy kolem střední hodnoty 72 se směrodatnou odchylkou 9 bodů. Určete pravděpodobnost, že

- a) náhodně vybraný student bude mít výsledek lepší než 80 bodů,
- b) průměr výsledků náhodného výběru 10 studentů bude lepší než 80 bodů.

Příklad 6. Rychlost letadla byla určována v 5 zkouškách, jejichž aritmetický průměr byl $m = 870,3 \text{ ms}^{-1}$. Najděte 95% interval spolehlivosti pro μ víte-li, že měření rychlosti se řídí normálním rozdělením se směrodatnou odchylkou $2,1 \text{ ms}^{-1}$.

Příklad 7. *Nechť X_1, \dots, X_n je náhodný výběr z rozdělení $N(\mu; 0,04)$. Jaký musí být nejmenší počet měření, aby šířka intervalu spolehlivosti pro neznámou střední hodnotu μ nepřesáhla 0,16, a to na hladině významnosti $\alpha = 0,05$?*

Příklad 8. *Televizní stanice, která vysílá seriál Vražedná čísla, by ráda věděla, kolik času se průměrný student matematiky vydrží dívat na TV, aby na ně mohla zaměřit případnou reklamní kampaň. Náhodným výběrem 100 studentů zjistila, že týdně sledují TV průměrně 20 hodin s (výběrovou) směrodatnou odchylkou 5 hodin. Za předpokladu, že se počet hodin u TV řídí normálním rozdělením, sestrojte 95% interval spolehlivosti pro střední hodnotu počtu hodin, který matematici stráví před TV obrazovkou.*

[Odpověď: (19,01;20,99)]