

Nejprve ukážeme, že pro libovolné formule  $X$  a  $Y$  je  $\{\neg X, X\} \vdash Y$ .

1.  $\vdash \neg X \rightarrow (\neg Y \rightarrow \neg X)$  (A1)
2.  $\{\neg X, X\} \vdash \neg X$  (definice  $T \vdash A$  pro  $A \in T$ )
3.  $\{\neg X, X\} \vdash \neg Y \rightarrow \neg X$  (MP 1,2)
4.  $\vdash (\neg Y \rightarrow \neg X) \rightarrow (X \rightarrow Y)$  (A3)
5.  $\{\neg X, X\} \vdash X \rightarrow Y$  (MP 3,4)
6.  $\{\neg X, X\} \vdash X$  (definice  $T \vdash A$  pro  $A \in T$ )
7.  $\{\neg X, X\} \vdash Y$  (MP 5,6), toto jsme chtěli ukázat, dále podle věty o dedukci
8.  $\{\neg X\} \vdash X \rightarrow Y$  (VD7)
9.  $\vdash \neg X \rightarrow (X \rightarrow Y)$  (VD8), nyní můžeme uvážit speciální případ volby  $X = \neg A$ ,  $Y = \neg\neg\neg A$ , který už jsme mohli dosazovat od začátku, ale takhle jsme si ukázali navíc obecnější pravidlo, že ze sporných předpokladů je možné dokázat cokoli.
10.  $\{\neg\neg A\} \vdash \neg A \rightarrow \neg\neg\neg A$  (dosazení do 8)
11.  $\vdash (\neg A \rightarrow \neg\neg\neg A) \rightarrow (\neg\neg A \rightarrow A)$  (A3)
12.  $\{\neg\neg A\} \vdash \neg\neg A \rightarrow A$  (MP 10,11)
13.  $\{\neg\neg A\} \vdash A$  (VD12)
14.  $\vdash \neg\neg A \rightarrow A$  (VD13)