Democvičení

MB101 - jaro 2012

18. dubna 2012

Příklad 1. Lineární transformace vektorového prostoru $\mathbb{R}^3$ je dána obrazy bázových vektorů:

$$\varphi((2;1;1)) = (-1;0;0); \varphi((1;1;1)) = (0;4;0); \varphi((1;0;2)) = (0;0;2).$$

Určete matici transformace a předpis tohoto zobrazení.

Příklad 2. Ve vektorovém prostoru $\mathrm{Mat}_{22}(\mathbb{R})$ je pro libovolné dva vektory A, B definováno reálné číslo $A \cdot B$. Rozhodněte, zda je takto definován skalární součin

1. $A \cdot B = \det(A \cdot B)$
2. $A \cdot B = \det(A + B)$
3. $A \cdot B = a_1 b_1 + a_4 b_4$
4. $A \cdot B = a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3 + a_4 b_4$

Příklad 3 (*)**.** Ve vektorovém prostoru $\mathbb{R}_2[x]$ je definován skalární součin

$$f \cdot g = \int_{-1}^{1} f(x)g(x)\mathrm{d}x.$$

Dokažte, že se skutečně jedná o skalární součin a rozhodněte, zda dané vektory tvoří ortogonální bázi

1. $f_1 = 2x,\ f_2 = 3x^2 - 1,\ f_3 = 3$
2. $f_1 = x^2 - 2x + 1,\ f_2 = 5x^2 + 2x - 1,\ f_3 = 2x + 1$

Příklad 4. Určete ortogonální doplněk podprostoru $\langle (1;-1;1;0;0); (1;0;1;0;1); (1;1;0;-1;1) \rangle$ v $\mathbb{R}^5$.

Příklad 5. Mějme vektory $u_1 = (1;t;2;0)$, $u_2 = (-1;1;0;0)$, $u_3 = (1;-2;2;3)$, $u_4 = (2;-5;6;3)$.

1. Určete ortogonální bázi prostoru $\langle u_1, u_2, u_3 \rangle$
2. Určete, pro jaké hodnoty t lze vektor u_1 napsat jako lineární kombinace vektorů z předchozího cvičení.

Příklad 6. Najděte kolmý průmět vektoru v do podprostoru $W = \langle w1; w2 \rangle$ v $\mathbb{E}^4$, kde $w_1 = (1;-1;-1;2)$, $w_2 = (3;1;0;1)$, $v = (-2;2;2;5)$.