

PARCIÁLNÍ ZLOMKY A LIMITY FUNKCÍ 28.2.2012

Rozložte na parciální zlomky

$$a) R(x) = \frac{4x^2 + 13x - 2}{x^3 + 3x^2 - 4x - 12}$$

$$b) R(x) = \frac{x^3 - 4x^2 + x - 2}{x^4 + -2x^3 + 2x^2 - 2x + 1}$$

$$c) R(x) = \frac{9x^3 - 4x + 1}{x^4 - x^2}$$

$$d) R(x) = \frac{x^4 - x^3 + 3x^2 - x + 1}{x^5 + 2x^3 + x}$$

Spočtěte následující limity

$$1. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 2x - 1}{x^4 + 2x + 1}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{1 + 2x} - 3}{\sqrt{x} - 2}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x^2 - 2x - 1} - \sqrt{x^2 - 7x + 3}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - \sin x}{x^3}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctan x}{x}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - x^2}{\sin \pi x}$$

$$7. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{5x}$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + x)}{x}$$

$$9. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{\sin x}$$

$$10. \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sin x - \cos x}{\ln(\tan x)}$$

$$11. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x}{x}$$

$$12. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n!}{(n+1)!}$$

$$13. \lim_{x \rightarrow \infty} \ln x - \ln(x+1)$$

$$14. \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$$

$$15. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^x - e}{\sin(x^2 - 1)}$$

$$16. \lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{x^4 + 1} - x^2$$

Další typy příkladů:

- Vypočtěte $\lim_{x \rightarrow 2} 2x^2$. Na tomto příkladě vysvětlíte definici vlastní limity ve vlastním bodě. Pro $\varepsilon = 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{10}$ určete příslušné δ .
- Určete jakého druhu je nespojitost u funkce $f(x) = \frac{\sin x}{x}$ v bodě $x_0 = 0$.

Výsledky:

$$a) \frac{3}{x+2} + \frac{2}{x-2} - \frac{1}{x+3} \quad b) \frac{x}{x^2+1} - \frac{2}{(x-1)^2} \quad c) \frac{3}{x-1} + \frac{2}{x+1} - \frac{1}{x^2} + \frac{4}{x} \quad d) \frac{x}{(x^2+1)^2} - \frac{1}{x^2+1} + \frac{1}{x} \quad 1. - \frac{1}{2} \quad 2. \frac{4}{3} \quad 3. \frac{5}{2} \quad 4. \frac{1}{2} \quad 5. 1 \quad 6. \frac{2}{\pi} \quad 7. \frac{2}{5} \quad 8. 1 \quad 9. 2 \quad 10. \frac{\sqrt{2}}{2} \quad 11. 0 \quad 12. 0 \quad 13. 0 \quad 14. 0 \quad 15. \frac{\varepsilon}{2} \quad 16. 0$$

Pozn. Snažte se toho spočítat co nejvíc a připravte se na derivace (co a na co to je, základní výpočty, atd.) Více viz. přednášky prof. Hilschera a dále skripta prof. Slováka.