

2. zápočtová písemka MB102

ŘEŠENÍ

A

celkem max 10 bodů

Příklad 1. (6b) Vyšetřete průběh funkce

$$f(x) = \frac{\ln x^2}{x}$$

(0.5b) $Df = \mathbb{R} \setminus \{0\}$

(2b) $f'(x) = \frac{2 - \ln x^2}{x^2}$, stacionární body $[\pm e, \pm \frac{2}{e}]$, $(-\infty, -e)$ klesající, $(-e, 0)$ rostoucí, $(0, e)$ rostoucí, (e, ∞) klesající

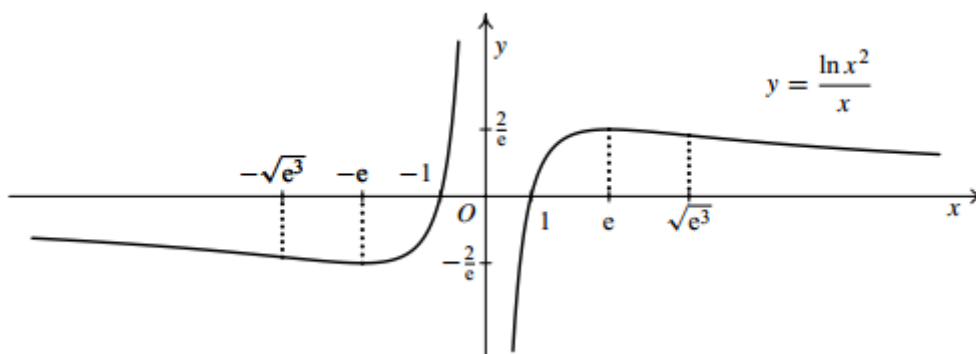
(2b) $f''(x) = \frac{2(\ln x^2 - 3)}{x^3}$, inflexní body $[\pm \sqrt{e^3}, \pm \frac{3}{\sqrt{e^3}}]$, $(-\infty, -\sqrt{e^3})$ konkávní,

$(-\sqrt{e^3}, 0)$ konvexní, $(0, \sqrt{e^3})$ konkávní, $(\sqrt{e^3}, \infty)$ konvexní

$$\lim_{x \rightarrow 0^\pm} \frac{\ln x^2}{x} = \pm \infty, \lim_{x \rightarrow \infty^\pm} \frac{\ln x^2}{x} = 0$$

(0.5b) asymptota bez směrnice $x = 0$, asymptota pro $x \rightarrow \pm \infty$ je $y = 0$.

(1b)



Příklad 2. (4b) Auto se přibližuje k lampě veřejného osvětlení rychlostí 20m/s, lampa je vysoká 3m. Spočítejte jak rychle se mění vzdálenost auta od horní části lampy ve chvíli, kdy je auto vzdáleno od lampy 5 metrů?

Odvoďte rovnici, dosaďte hodnoty (není třeba číselně dopočítávat) a odpovězte na otázku celou větou.

$$y = 5, h = 3, \frac{dy}{dt} = 20$$

$$\begin{aligned}
 z &= \sqrt{y^2 + h^2} \\
 \frac{dz}{dt} &= -\frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{y^2 + h^2}} 2y \frac{dy}{dt} \\
 \frac{dz}{dt} &= -\frac{1}{\sqrt{25 + 9}} 5 * 25 \\
 &\doteq -17,15
 \end{aligned}$$

Vzdálenost auta a horní části lampy se v danou chvíli zmenšuje rychlostí 17,15m/s.