

## 2. zápočtová písemka MB102

### ŘEŠENÍ

#### B

celkem max 10 bodů

**Příklad 1.** (6b) Vyšetřete průběh funkce

$$f(x) = \frac{x}{\ln x}$$

$$Df = (0, 1) \cup (1, \infty)$$

$f'(x) = \frac{\ln x - 1}{\ln^2 x}$ , stacionární bod  $x = [e, e]$ ,  $(0, 1)$  klesající,  $(1, e)$  klesající,  $(e, \infty)$  rostoucí.

$f''(x) = \frac{1 - \ln x(2 - \ln x)}{\ln^4 x}$ , inflexní bod  $[e^2, \frac{e^2}{2}]$ ,  $(0, 1)$  konkávní,  $(1, e^2)$  konvexní,  $(e^2, \infty)$  konkávní

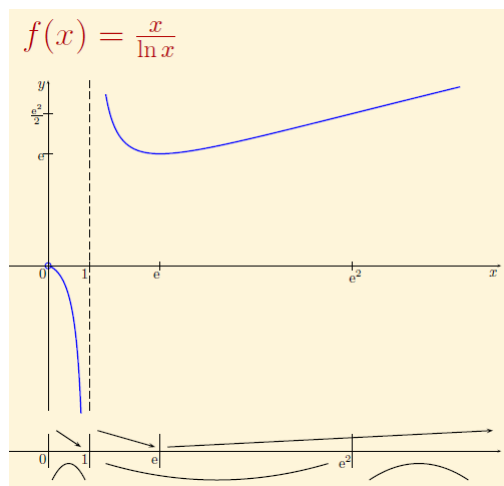
$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x}{\ln x} = \left[ \frac{0}{-\infty} \right] = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x}{\ln x} = \left[ \frac{1}{0^-} \right] = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x}{\ln x} = \left[ \frac{1}{0^+} \right] = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{\ln x} = \left[ \frac{\infty}{\infty} \right] = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{1/x} = \lim_{x \rightarrow \infty} x = \infty$$

asymptota bez směrnice  $x = 1$



**Příklad 2.** (4b) Chlapec stojí 1km od raketové základny a pozoruje start rakety, která letí přímo vzhůru rychlostí 5km/s. Jak rychle se mění úhel, který svírá spojnice chlapce a rakety se zemí ve chvíli, kdy je raketa 0.5km vysoko?

Odvoďte rovnici, dosaďte hodnoty (není třeba číselně dopočítávat) a odpovězte na otázku celou větou.

$$x = 1, h = 0.5, \frac{dh}{dt} = 5, z = \sqrt{x^2 + h^2}$$

$$\begin{aligned}\cos \varphi &= \frac{x}{z} \\ -\sin \frac{d\varphi}{dt} &= -\frac{x}{2} \frac{1}{\sqrt{(x^2 + h^2)^3}} 2h \frac{dh}{dt} \\ \frac{d\varphi}{dt} &= \frac{xhz}{h\sqrt{(x^2 + h^2)^3}} \frac{dh}{dt} \\ &= \frac{5}{1.25} = 4\end{aligned}$$

*V danou chvíli se úhel mění rychlostí 4rad/s.*