

**3. zápočtová písemka MB102 ŘEŠENÍ
skupina A 26.4.**

celkem max 10 bodů + 1 bonusový navíc

Příklad 1. (2b) *Integrujte:*

$$\int (-x^2 + 4x - 7)e^{\frac{x}{2}} dx$$

2x per partes, pokazde derivujeme polynom

$$(-2x^2 + 16x - 46)e^{\frac{x}{2}} + C$$

Příklad 2. (2b) *Integrujte:*

$$\int \frac{1}{x} \cos(3 \ln x) dx$$

substituce $t = \ln x$, parc.zlomky

$$\int \cos(3t) dt = \frac{1}{3} \sin(3 \ln x) + C$$

Příklad 3. (2b) *Integrujte:*

$$\int_{\ln 2}^{\ln 5} \frac{dx}{e^x - 1}$$

substituce $t = e^x$

$$\int_2^5 \left(\frac{1}{t-1} - \frac{1}{t} \right) dt = \ln 2 + \ln 4 - \ln 5$$

Příklad 4. (2b) *Určete obsah plochy ohraničené křivkami (nakreslete obrázek!)*

$$y = e^x, y = e^{-x}, x = 1$$

vysledek:

$$\int_0^1 (e^x - e^{-x}) dx = e + \frac{1}{e} - 2$$

Příklad 5. (2b + 1b navíc) *Určete objem tělesa, které vznikne rotací plochy mezi následujícími dvěma křivkami kolem osy x (nakreslete obrázek!):*

$$y = -x^2 + 1, y = -2x^2 + 2$$

Resení: pruseciky: $-x^2 + 1 = -2x^2 + 2 \Rightarrow x_1 = -1, x_2 = 1$

$$\pi \int_{-1}^1 [(-2x^2 + 2)^2 - (-x^2 + 1)^2] dx = \frac{16}{5} \pi$$