Př. 1 (7,5 bodů) $\quad \int u'v = uv - \int uv'$

$$\int_0^1 x^2 e^{-x}\,dx = \left| \begin{matrix} u' = e^{-x} \to u = -e^{-x} \\ v' = 2x \leftarrow v = x^2 \end{matrix} \right| = \left[-x^2 e^{-x}\right]_0^1 + \int_0^1 2x e^{-x}\,dx =$$

$$= \left| \begin{matrix} u' = e^{-x} \to u = -e^{-x} \\ v' = 1 \leftarrow v = x \end{matrix} \right| = (-1^2 \cdot e^{-1} - 0) + 2\left[\left[-x e^{-x}\right]_0^1 + \int_0^1 e^{-x}\,dx\right] =$$

$$= -e^{-1} + 2\left[(-1e^{-1} - 0) + \left[-e^{-x}\right]_0^1\right] = -e^{-1} + 2\left[-e^{-1} + (-e^{-1} - (-e^{0}))\right] =$$

$$= -e^{-1} + 2(-e^{-1} - e^{-1} + 1) = \underline{\underline{-5e^{-1} + 2}}$$

Nebo se dalo postupovat tak, že se nejdříve spočítal neurčitý integrál $\int x^2 e^{-x}\,dx$ a meze se dosadily až úplně nakonec.

Př. 2 (7,5 bodu)

Určit délku $y = 2x$, $x \in [-\sqrt{5}, \sqrt{5}]$

vzorec pro výpočet délky: $d = \int_{x_1}^{x_2} \sqrt{1 + [f'(x)]^2}\,dx$

$$\to f'^2(x) = y'^2 = 2^2 = 4$$

$$\Rightarrow d = \int_{-\sqrt{5}}^{\sqrt{5}} \sqrt{1+4}\,dx = \int_{-\sqrt{5}}^{\sqrt{5}} \sqrt{5}\,dx = \sqrt{5} \int_{-\sqrt{5}}^{\sqrt{5}} dx = \sqrt{5}\,[x]_{-\sqrt{5}}^{\sqrt{5}} = \sqrt{5}\cdot\sqrt{5} - \sqrt{5}\cdot(-\sqrt{5}) =$$

$$= 5 + 5 = \underline{10}$$