Rozklad na parciální zlomky a limity

Příklad 1: Rozložte na parciální zlomky

$R(x) = \frac{2x+2}{x^4-4x^3+3x^2+4x-4}$

$$\left[R(x) = \frac{-2}{x-2} + \frac{2}{(x-2)^2} + \frac{2}{x-1}\right]$$

$R(x) = \frac{x^2-1}{x^4+4x^3+6x^2+5x+2}$

$$\left[R(x) = -\frac{1}{x+2} + \frac{x}{x^2+x+1}\right]$$

$R(x) = \frac{x^3}{x^4+2x^2+1}$

$$\left[R(x) = \frac{x}{x^2+1} - \frac{x}{(x^2+1)^2}\right]$$

$R(x) = \frac{x^4+x^3+2x^2+2x+4}{x^5+2x^3}$

$$\left[R(x) = \frac{1}{x^2} + \frac{2}{x^3} + \frac{x}{x^2+2}\right]$$

$R(x) = \frac{x^4+6x^2+x-2}{x^4-2x^3}$

$$\left[R(x) = 1 + \frac{5}{x-2} + \frac{1}{x^3} - \frac{3}{x}\right]$$

Příklad 2: Určete následující limity:

$\lim\limits_{x\to -1} \frac{x^2+x}{2(x^2-1)}$

$$[1/4]$$

$\lim\limits_{x\to 1} \frac{x^2-1}{x^2-3x+2}$

$$[-2]$$

$\lim\limits_{x\to 3} \frac{x^2-2x-3}{x^2+4x-21}$

$$[2/5]$$

$\lim\limits_{x\to 0} \frac{\sqrt{1+x}-1}{x}$

$$[1/2]$$

$\lim\limits_{x\to 1} \frac{x^2-x}{\sqrt{x}-1}$

$$[2]$$

$\lim\limits_{x\to 2} \frac{x^3-8}{x^4-16}$

$[3/8]$

$\lim\limits_{x\to 1} \frac{\sqrt[3]{x}-1}{\sqrt{x}-1}$

Nápověda: Proveďte substituci $x = t^6$

$[2/3]$

$\lim\limits_{x\to 0} \frac{x}{\sqrt[4]{1+2x}-1}$

Nápověda: Proveďte substituci $1 + 2x = t^4$

$[2]$

$\lim\limits_{x\to 0} \frac{1-\cos(x)}{x^2}$

Nápověda: Využijte vzorce $\sin^2(x) = \frac{1-\cos(2x)}{2}$, $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\sin(x)}{x} = 1$

$[1/2]$

$\lim\limits_{x\to 0} \frac{\tan(x)-\sin(x)}{\sin^3(x)}$

Nápověda: Využijte vzorce $\tan(x) = \frac{\sin(x)}{\cos(x)}$, $\cos^2(x) + \sin^2(x) = 1$

$[1/2]$

$\lim\limits_{x\to 0} \frac{\sin(3x)}{x}$

$[3]$

$\lim\limits_{x\to 0} \frac{\sin(2x)}{\sin(3x)}$

Nápověda: Využijte vzorec $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\sin(x)}{x} = 1$

$[2/3]$

$\lim\limits_{x\to 0} \frac{1-\cos(x)}{\tan(x)}$

Nápověda: Rozšiřte zlomek výrazem $\frac{1+\cos(x)}{1+\cos(x)}$

$[0]$

$\lim\limits_{x\to \pi/4} \frac{\sin(x)-\cos(x)}{\cos(2x)}$

Nápověda: Využijte vzorec $\cos(2x) = \cos^2(x) - \sin^2(x)$

$[-\sqrt{2}/2]$

$\lim\limits_{x\to 0} \frac{\sin(2x)}{\sqrt{x+2}-\sqrt{2}}$

$[4\sqrt{2}]$