

Derivace a limity

Příklad 1: Zderivujte následující funkce

$$f(x) = x\sqrt{x} \qquad [f'(x) = \frac{3}{2}\sqrt{x}]$$

$$f(x) = \frac{2x+5}{x-3} \qquad [f'(x) = -\frac{11}{(x-3)^2}]$$

$$f(x) = \frac{2x^2}{(2-x)^2} \qquad [f'(x) = \frac{8x}{(2-x)^3}]$$

$$f(x) = \sqrt[3]{1+\sqrt{x}} \qquad [f'(x) = \frac{1}{6\sqrt{x}\sqrt[3]{(1+\sqrt{x})^2}}]$$

$$f(x) = 2x\sqrt{1-x^2} \qquad [f'(x) = \frac{2(1-2x^2)}{\sqrt{1-x^2}}]$$

$$f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+a}} \qquad [f'(x) = \frac{a}{\sqrt{(x^2+a)^3}}]$$

$$f(x) = e^{2x+3} \qquad [f'(x) = 2e^{2x+3}]$$

$$f(x) = e^{x^3} \qquad [f'(x) = 3x^2e^{x^3}]$$

$$f(x) = \ln^3(2x^2) \qquad [f'(x) = \frac{6\ln^2(2x^2)}{x}]$$

$$f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2} \qquad [f'(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}]$$

$$f(x) = a^{-x} \qquad [f'(x) = -a^{-x}\ln(a)]$$

$$f(x) = e^{\sin(x)} \cos(x) \qquad [f'(x) = e^{\sin(x)}(\cos^2(x) - \sin(x))]$$

Příklad 2: Určete následující limity:

$$\lim_{x \rightarrow 1} (1-x) \log_x(2)$$

Nápověda: Použijte vzorec $\log_a(b) = \frac{\ln(b)}{\ln(a)}$

$$[-\ln(2)]$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(x^2 + e^x)}{\log(x^4 + e^{2x})}$$

$$[1/2]$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\sin(x)} - \frac{1}{x} \right)$$

$$[0]$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}(x)}{\operatorname{arcsin}(x)}$$

$$[1]$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\operatorname{cotg}(x)}{\ln(x)}$$

$$[-\infty]$$

Zkuste si pomocí l'Hospitalova pravidla spočítat i limity z dobrovolného DÚ 2 (samozřejmě jen ty, na které se toto pravidlo dá použít).

Další řešené příklady na limity můžete najít zde.