

Vyšetřování průběhu funkce

Příklad 1: Určete intervaly monotonie

$$f(x) = x^3$$

[rostoucí na celém intervalu \mathbb{R}]

$$f(x) = \sqrt[3]{x^3 + x^2}$$

[rostoucí pro $x \in (-\infty, -2/3] \cup [0, \infty)$, klesající pro $x \in [-2/3, 0]$]

Příklad 2: Najděte extrémy

$$f(x) = x^4 - 4x^3 + 4x^2$$

[ostrá lokální minima pro $x = 0$ a $x = 2$ (obě jsou zároveň i globální minima),
ostré lokální maximum pro $x = 1$]

$$f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x$$

[ostré lokální minimum pro $x = 3$, ostré lokální maximum pro $x = -1$]

$$f(x) = x^2 \ln x \text{ na intervalu } x \in [1, e]$$

[ostré globální minimum pro $x = 1$, ostré globální maximum pro $x = e$]

Příklad 3: Určete, kdy je funkce $f(x)$ konvexní a kdy konkávní, a určete inflexní body

$$f(x) = x(1-x)^2$$

[konvexní na intervalu $[2/3, \infty)$, konkávní na intervalu $(-\infty, 2/3]$, inflexní bod
 $x = 2/3$]

$$f(x) = \frac{x}{(1+x)^2}$$

[konvexní na intervalu $[2, \infty)$, konkávní na intervalu $(-\infty, -1) \cup (-1, 2]$,
inflexní bod $x = 2$]

Příklad 4: Najdete asymptoty funkce $f(x)$

$$f(x) = \operatorname{arctg}\left(\frac{1}{x}\right)$$

[$y = 0$]

$$f(x) = \frac{x^3}{(1+x)^2}$$

[$x = -1$, $y = x - 2$]

Příklad 5: Vyšetřete průběh funkce $f(x)$ - intervaly monotonie, lokální extrémy, konvexnost/konkávnost, inflexní body, asymptoty, graf

$$f(x) = \sqrt[3]{x^3 + x^2}$$

$$f(x) = x - 2\operatorname{arctg}(x)$$

$$f(x) = 5 \frac{x-2}{x^2}$$

Další řešené příklady i s teorií můžete najít zde.