Slovní úlohy a přibližná hodnota

Příklad 1: Který pravoúhelník má při daném obsahu S nejmenší obvod?

[čtverec, nebo-li strana a je rovna straně b]

Příklad 2: Do kružnice s poloměrem r vepište rovnoramenný trojúhelník tak, aby měl maximální obsah. Tento obsah určete.

$[S = \frac{3\sqrt{3}r^2}{4}]$

Příklad 3: Navrhujete plakát, aby se na něj vešlo 50 in^2 tisku s okraji 4 in. nahoře i dole a 2 in. na každé straně (in=inches=palce). Jaké budou rozměry plakátu, aby byla spotřeba papíru co nejmenší?

[9×18 in.]

Příklad 4: Máme obdélníkový papír o obvodu 36 cm, který ohneme tak, že nám vznikne dutý válec (spojíme kratší okraje obdélníku k sobě). Jaké rozměry papíru nám dají největší objem válce?

[6×12 cm]

Příklad 5: Délka obdélníku se zmenšuje rychlostí 2 cm/s, zatímco šířka obdélníku se zvětšuje rychlostí 2 cm/s. Když je délka 12 cm a šířka 5 cm, určete, jakým tempem se mění a) obsah, b) obvod a c) délka diagonál obdélníku.

[a) 14 cm^2/s, b) 0 cm/s, c) -14/13 cm/s]

Příklad 6: Předpokládejme, že se rozměry x, y, z uzavřeného kvádru mění následující rychlostí:

$$\frac{dx}{dt} = 1m/s, \quad \frac{dy}{dt} = -2m/s, \quad \frac{dz}{dt} = 1m/s.$$

Určete, jakým tempem se mění a) objem, b) povrch a c) délka diagonály kvádru, když $x = 4, y = 3$, a $z = 2$. Diagonála se spočítá jako $s = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$.

[a) 2 m^3/s, b) 0 m^2/s, c) 0 m/s]

Příklad 7: Z transportéru padá písek rychlostí 10 m^3/min na vrchol kuželovité hromady. Výška hromady je vždy tři osminy poloměru průměru podstavy. Jak rychle se mění a) výška a b) poloměr, když je hromada vysoká 4 m? Odpovězte v cm/min.

[a) 11,19 cm/min, b) 14,92 cm/min]

Příklad 8: Kulovitý balón je nafukován héliem rychlostí 100π m^3/min. Jak rychle se zvětšuje poloměr balónu ve chvíli, kdy je jeho poloměr 5 m? Jak rychle se zvětšuje jeho povrch? Objem koule je $V = \frac{4}{3}\pi r^3$, povrch koule je $P = 4\pi r^2$.

$\left[\text{ a) } 1 \text{ m}^3/\text{min, b) } 40\pi \text{ m}^2/\text{min }\right]$

Příklad 9: Pomocí diferenciálu určete přibližnou hodnotu $\operatorname{arccotg}(1,01)$

$\left[\ \pi/4 - 1/200\ \right]$

Příklad 10: Pomocí diferenciálu určete přibližnou hodnotu $e^{1,2}$

$\left[\ 1,2e\ \right]$

Příklad 11: Určete Taylorův polynom druhého stupně funkce e^{-x^2} pro $x_0 = 0$.

$\left[\ 1 - x^2\ \right]$

Příklad 12: Určete Taylorův polynom třetího stupně funkce $x^3 - 2x + 5$ pro $x_0 = 1$.

$\left[\ 4 + (x-1) + 3(x-1)^2 + (x-1)^3\ \right]$