

# Integrace

**Příklad 1:** Vypočtěte neurčitý integrál

$$\int (2x - 5)^6 dx \qquad \left[ \frac{1}{14} (2x - 5)^7 + C \right]$$

$$\int \frac{1}{(a-x)^2} dx \qquad \left[ \frac{1}{a-x} + C \right]$$

$$\int \frac{x}{(x^2 + a^2)^5} dx \qquad \left[ -\frac{1}{8} \frac{1}{(x^2 + a^2)^4} + C \right]$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{ax+b}} dx \qquad \left[ \frac{2\sqrt{ax+b}}{a} + C \right]$$

$$\int \sin^2(5x) dx$$

Pozn.:  $\sin^2(x) = \frac{1 - \cos(2x)}{2}$

$$\left[ \frac{x}{2} - \frac{\sin(10x)}{20} + C \right]$$

$$\int \frac{\cos^3(x)}{\sin^2(x)} dx \qquad \left[ -\frac{1}{\sin(x)} - \sin(x) + C \right]$$

$$\int \sin^3(x) \sin^5(x) dx \qquad \left[ \frac{1}{8} \cos^8(x) - \frac{1}{6} \cos^6(x) + C \right]$$

$$\int x \cos(x) dx \qquad \left[ x \sin(x) + \cos(x) + C \right]$$

$$\int x^2 \sin(x) dx \qquad \left[ 2 \cos(x) + 2x \sin(x) - x^2 \cos(x) + C \right]$$

$$\int x^3 \ln(x) dx \qquad \left[ \frac{x^4}{16} (4 \ln(x) - 1) + C \right]$$

$$\int x \ln^2(x) dx \qquad \left[ \frac{x^2}{2} (\ln^2(x) - \ln(x) + \frac{1}{2}) + C \right]$$

$$\int \operatorname{arctg}(x) dx$$

$$\int x^2 \operatorname{arctg}(x^3) dx \quad [x \operatorname{arctg}(x) - \frac{1}{2} \ln(1+x^2) + C]$$

$$\int x^2 \operatorname{arctg}(x^3) dx \quad [\frac{1}{3}(x^3 \operatorname{arctg}(x^3) - \frac{1}{2} \ln(1+x^6)) + C]$$

$$\int \arcsin(x) dx \quad [x \arcsin(x) - \sqrt{1-x^2} + C]$$

$$\int \frac{3x+4}{x^2+2x+5} dx \quad [\frac{3}{2} \ln(x^2+2x+5) + \frac{1}{2} \operatorname{arctg}(\frac{x+1}{2}) + C]$$

$$\int \frac{x^3-4x^2+x-2}{x^4-2x^3+2x^2-2x+1} dx \quad [\frac{1}{2} \ln(x^2+1) + \frac{2}{x-1} + C]$$

$$\int \frac{\sqrt{x}}{1+\sqrt[3]{x}} dx \quad [6(\frac{\sqrt[6]{x^7}}{7} - \frac{\sqrt[6]{x^5}}{5} + \frac{\sqrt[6]{x^3}}{3} - \sqrt[6]{x} + \operatorname{arctg}(\sqrt[6]{x})) + C]$$

$$\int \frac{2-\sqrt[3]{x}}{x+2\sqrt[3]{x^2}} dx \quad [12 \ln(\sqrt[3]{x}+2) - 3\sqrt[3]{x} + C]$$

**Příklad 2:** Pomocí určitého integrálu určete

obsah útvaru ohraničeného křivkami  $y = \frac{x^2}{4}$ ,  $y = \frac{x}{2} + 2$ .

$$[P = 9]$$

obsah útvaru ohraničeného křivkami  $y = x^2 - 2x$ ,  $y = x$ .

$$[P = \frac{9}{2}]$$

obsah útvaru ohraničeného křivkami  $y^2 = x$ ,  $y = 2 - x$ .

$$[P = \frac{9}{2}]$$

délku grafu funkce  $y = \ln(x)$ ,  $x \in [\sqrt{3}, \sqrt{8}]$ .

$$[d = 1 + \frac{1}{2} \ln(\frac{3}{2})]$$

délku jednoho oblouku cykloidy:  $x = t - \sin(t)$ ,  $y = 1 - \cos(t)$ ,  $t \in [0, 2\pi]$ .

$$[d = 8]$$

vzorec pro výpočet objemu rotačního kužele o poloměru podstavy  $r$  a výšce  $v$ .

$$[V = \frac{\pi r^2 v}{3}]$$

objem rotačního tělesa vzniklého rotací křivky  $y = 2x - x^2$  kolem osy  $x$ .

$$[V = \frac{16}{15}\pi]$$

Další řešené příklady i s teorií můžete najít zde anebo zde a zde (ty poslední dvě ale berte s rezervou, ne všechny metody jsme probírali, obzvláště integrace z odmocin z kvadratických funkcí nebo ze složitějších goniometrických funkcí).