

Aplikace diferenciálního počtu

1. ÚLOHA

Odhadněte $\cos(\sqrt{2})$ s přesností 0.001 pomocí Taylorova polynomu stupně 7.

2. ÚLOHA

Pomocí diferenciálu odhadněte přibližně $\arctan(0,97)$.

3. ÚLOHA

Doba kyvu matematického kyvadla τ je dána vztahem $\tau = \pi\sqrt{\frac{l}{g}}$. O kolik se změní τ , změní-li se délka $l = 100\text{cm}$ o $0,5\text{cm}$ ($g = 9,81\text{ms}^{-2}$)?

4. ÚLOHA

Kus drátu s délkou a máme rozdělit na dvě části, kde první část se ohne do tvaru čtverce a druhá do tvaru kruhu. Na kterém místě je třeba provést řez, aby součet obsahů čtverce a kruhu byl co nejmenší?

5. ÚLOHA

Jaký je nejekonomičtější tvar válcové nádoby (např. hrnce bez pokličky) s daným objemem, tj. jaký je nejmenší povrch?

6. ÚLOHA

Dvě částice o hmotnostech m_1 a m_2 ($m_1 > m_2$) se pohybují po přímce rychlostmi o velikostech v_1 a v_2 stejné orientace tak, že dojde k jejich pružnému rázu (srážce). Ukažte, že nárůst kinetické energie částice o hmotnosti m_1 bude maximální, jestliže se před srážkou pohybovala rychlostí $v_1 = \frac{(m_1 - m_2)v_2}{2m_1}$. Při řešení předpokládejte, že ráz je dokonale pružný.

7. ÚLOHA

Na plotě, jehož výška je 1m , sedí kos. Ve vzdálenosti 15m od plotu roste strom, který má větev ve výšce 3m . Na zemi mezi plotem a stromem jsou hustě rozesety žížaly. V jaké vzdálenosti od plotu má kos sezobnout žížalu, aby proletěl trasu plot – žížala – větev po přímkách a po nejkratší dráze?