Nekonečné a mocninné řady

1. ÚLOHA

   Vyšetřete konvergenci řady $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, případně určete jejich součet, jestliže

   (a) $a_n = \frac{1}{n(n+2)}$ $\left[\frac{3}{4}\right]$

   (b) $a_n = \frac{\sqrt{n}}{\sqrt[3]{n+1}}$ [nekonverguje]

   (c) $a_n = \frac{3^n - 2^n}{6^n}$ $\left[\frac{1}{2}\right]$

   (d) $a_n = \left(\frac{n}{2n+1}\right)^n$ [konverguje absolutně]

   (e) $a_n = \frac{3^n n!}{n^n}$ [diverguje]

   (f) $a_n = \frac{n}{\sqrt{3^n}}$ [konverguje absolutně]

   (g) $a_n = \frac{e^n}{n!}$ [konverguje absolutně]

   (h) $a_n = \frac{(-1)^n}{\ln(n+1)}$ [konverguje neabsolutně (relativně)]

   (i) $a_n = (-1)^n \frac{n+1}{n(n+2)}$ [konverguje neabsolutně (relativně)]

   (j) $a_n = \frac{3+(-1)^n}{(-3)^n}$ $\left[-\frac{1}{4}\right]$

2. ÚLOHA

   Vyšetřete konvergenci následujících řad, určete jejich součet.

   (a) $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n x^{2n}$ $\left[\frac{1}{1+x^2}\right]$

   (b) $\sum_{n=0}^{\infty} n^n (x-3)^n$ [diverguje pro $\forall x \in \mathbb{R} - \{3\}$]

   (c) $\sum_{n=1}^{\infty} n^2 x^n$ $\left[\frac{x+x^2}{(1-x^3)}\right]$

   (d) $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{2n+1}$ [$\arctan(x); x \in (-1,1)$]

3. ÚLOHA

   Určete poloměr konvergence, obor konvergence a obor absolutní konvergence mocninných řad.

   (a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{\sqrt[3]{n}}$ [konverguje absolutně na $(-1,1)$; neabsolutně na $\langle -1,1)$]

   (b) $\sum_{n=1}^{\infty} n^2 (x+5)^n$ [konverguje absolutně na $(-6,-4)$]

   (c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{n-1}}{n^2 3^{n+1}}$ [konverguje absolutně na $\langle -3,3\rangle$]