

Domácí úkol č.3

1. Určete body a druhy nespojitosti:

- a) $f(x) = [x]$ []...celá část čísla
 b) $f(x) = \operatorname{tg} x$
 c) $f(x) = \frac{x^2 + 3x}{2x^2 - 5}$

2. Z definice derivace rozhodněte zda existuje derivace funkce $f(x) = \sqrt{x^2 - 1}$ v bodě $x_0 = \sqrt{5}$.

3. Nalezněte derivace funkcí:

- a) $\left(x^2 + \frac{1}{x} - \sqrt[4]{x^5}\right)'$
 b) $(x^3 + 2x - \sin x + 2)'$
 c) $\left(\frac{x \cdot \ln x}{\arcsin x + \operatorname{arctg} x}\right)'$
 d) $(x^2 \cdot \sin \sqrt{x})'$
 e) $((x^2 + 1)^{\operatorname{arctan} x})'$
 f) $(\operatorname{tg} x)'$
 g) $\left((x-2)\sqrt{1+e^x} - \ln \frac{\sqrt{1+e^x}-1}{\sqrt{1+e^x}+1}\right)'$
 h) $(\operatorname{tg}^2 x)'$

4. Určete rovnici tečny a normály funkce f v bodě x_0 :

- a) $f(x) = \operatorname{arctg} \sqrt{x^2 - 1}$, $x_0 = \sqrt{2}$
 b) $f(x) = \frac{x^2}{x^2 + 1}$, $x_0 = -1$
 c) $f(x) = \frac{2x}{x^2 + 1}$, $x_0 = -1$

Řešení:

1. a) nespojitost I. druhu b) nespojitost II. druhu c) odstranitelná nespojitost

2. existuje, $(\lim \dots = \frac{\sqrt{5}}{2})$

3. a) $2x - \frac{1}{x^2} - \frac{4}{5}\sqrt[4]{x}$ b) $3x^2 + 2 - \cos x$

c)
$$\frac{(\ln x + 1)(\arcsin x + \operatorname{arctg} x) - x \cdot \ln x \left(\frac{1}{\sqrt{1-x^2}} + \frac{1}{1+x^2}\right)}{(\arcsin x + \operatorname{arctg} x)^2}$$

d) $2x \sin \sqrt{x} + \frac{1}{2} \sqrt{x^3} \cos \sqrt{x}$

e) $(x^2 + 1)^{\operatorname{arctan} x - 1} [2x \operatorname{arctg} x + \ln(x^2 + 1)]$

f) $\frac{1}{\cos^2 x}$

g) $\frac{x e^x}{2\sqrt{1+e^x}}$

h) $\frac{2 \cdot \sin x}{\cos^2 x}$

4. a) t: $y = \frac{\sqrt{2}}{2}x - 1 + \frac{\pi}{4}$, n: $y = -\frac{\sqrt{2}}{2}x + 2 + \frac{\pi}{4}$

b) t: $y = \frac{-x}{2}$, n: $y = 2x + \frac{5}{2}$

- c) t: $y = -1$, n: neexistuje ve tvaru $y = \dots$, ale je to přímka $x = -1$