

Domácí úkol č. 5

1. Vyšetřete průběh funkce:

a) $f(x) = x - \operatorname{arctg} x$

b) $g(x) = \sqrt[3]{2x^2 - x^3}$

c) $h(x) = x^3 - 3x + 2$

d) $k(x) = 0,1x^4 - 0,4x^3$

e) $l(x) = \sin^2 x + \sin x$ na intervalu $x \in \langle 0, 2\pi \rangle$

2. Určete stranu čtverce, který musíme vyříznout ve všech rozích obdélníkového papíru o rozměrech 5 x 7 decimetru, chceme-li získat krabičku (bez horní stěny) o co největším objemu?

3. Do rotačního kužele o výšce h cm a s poloměrem podstavy r vepište válec, který má:

a) největší objem

b) největší povrch

(můžete řešit obecně a považovat r a h za konstanty, nebo si zvolit např. $r = 8$ cm, $h = 20$ cm)

4. Na plotě, jehož výška je 1 metr, sedí kos. Ve vzdálenosti 15 metrů od plotu roste strom, který má větev ve výšce 3 metry. Na zemi mezi plotem a stromem jsou hustě rozesety žízály. V jaké vzdálenosti od plotu má kos sezobnout žížalu, aby proletěl trasu plot-žížala-větev po přímkách a co nejkratší dráze?

5. Pro které kladné číslo x je jeho součet s jeho převrácenou hodnotou minimální?

Řešení:

1) nechte si funkci vykreslit na stránkách:

<http://www.wolframalpha.com/>

2) $x = 9,59$ cm

3) vyjádřit objem kužele jako funkci jeho výšky H (poloěr kužele je R], zderivovat a najít lokální extrém

a) $R = \frac{2 \cdot r}{3}, \quad H = \frac{h}{3}$

b) $R = \frac{r}{2}, \quad H = \frac{h}{2}$

4) Musí žížalu sezobnout ve vzdálenosti 3,75 metru od plotu.

5) $x = 1$