

1) Nalezněte primitivní funkce:

a) $\int \frac{1}{\sqrt[3]{x}} dx$

b) $\int \frac{1}{\sqrt{4-x^2}} dx$

c) $\int \operatorname{tg} bs ds$

d) $\int \operatorname{arccotg} x dx$

e) $\int \sqrt{1-x^2} dx$

f) $\int \ln x dx$

g) $\int \sqrt[3]{4x+5} dx$

h) $\int x^3 \cdot e^{-x^2} dx$

i) $\int \frac{(1+\ln x)^4}{x} dx$

j) $\int \frac{3x+7}{x^2-4x+15} dx$

k) $\int \frac{x}{x^4-x^3-x+1} dx$

l) $\int \frac{x^3+1}{x(x-1)^3} dx$

m) $\int \frac{x}{(x^2+2x+2)(x^2+2x-3)} dx$

n) $\int \frac{5x^2-12}{x^2-6x+13} dx$

2) Vypočtěte určité integrály:

a) $\int_0^4 \sqrt{x} dx$

b) $\int_{-2}^1 \frac{dt}{t^2+1}$

c) $\int_0^{\pi} x^2 \cos x dx$

d) $\int_0^1 x \sqrt{1-x^2} dx$

e) $\int_{\pi}^{2\pi} e^{\sin x} \cos x dx$

3) Vypočtěte nevlastní integrály:

a) $\int_0^2 \frac{x^2-x+1}{x-1} dx$

b) $\int_1^{+\infty} \frac{2}{x^3} dx$

c) $\int_1^{+\infty} \frac{4 \operatorname{arctg} x}{x^2} dx$

$$d) \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sin x}{x^2} dx$$

4) Určete obsah rovinné plochy ohraničené křivkami:

a) $y=4-x^2, y=0$

b) $y=0, y=e^{-x} \sin x, x \in \langle 0, \pi \rangle$

c) $y=|\ln x|, x=\frac{1}{e}, x=e^2, y=0$

5) Určete délku oblouku rovinné křivky:

a) $y=\frac{5(e^{\frac{x}{5}}+e^{-\frac{x}{5}})}{2}, x \in \langle 0, 10 \rangle$

b) $y=\sqrt{x-x^2}-\arcsin \sqrt{x}, x \in \langle 0, 1 \rangle$

6) Určete objem tělesa, které vznikne rotací podgrafu dané funkce kolem osy x:

$$y=\frac{1}{1+x^2}, x=-1, x=1$$

7) Určete obsah pláště tělesa, které vznikne rotací podgrafu dané funkce kolem osy x

a) $y=4+x, x \in \langle -4, 2 \rangle$

b) $y=\frac{1}{2}(e^x+e^{-x}), x \in \langle 0, 1 \rangle$

1)

a) $\frac{3}{2}\sqrt[3]{x^2}+c$

b) $\arcsin \frac{x}{2}+c$

c) $\frac{-1}{b} \ln |\cos bs|+c$

d) per partes, $x \operatorname{arccotg} x + \frac{1}{2} \ln |x^2+1|$

e) per partes, $\frac{1}{2}(x \cdot \sqrt{1-x^2} + \arcsin x) + c$

f) per partes, $x \cdot \ln x - x + c$

g) substitute, $\frac{3}{16} \sqrt[3]{(4x+5)^4} + c$

h) substitute, $\frac{1}{2} e^{-x^2} (x^2+1) + c$

i) substitute, $\frac{(1+\ln x)^5}{5} + c$

j) $\frac{3}{2} \ln |x^2-4x+15| + \frac{13}{\sqrt{11}} \operatorname{arctg} \frac{x-2}{\sqrt{11}} + c$

k) $\frac{-1}{3 \cdot (x-1)} - \frac{2\sqrt{3}}{9} \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{3}(2x+1)}{3} + c$

l) $-\ln |x| - \frac{1}{(x-1)^2} - \frac{1}{x-1} + 2 \ln |x-1| + c$

$$m) \frac{1}{20} \ln|x-1| + \frac{3}{20} \ln|x+3| - \frac{1}{10} \ln|x^2+2x+2| + \frac{1}{5} \operatorname{arctg}(x+1) + c$$

$$n) \frac{53}{16} \operatorname{arctg} \frac{x-3}{2} + \frac{13x-159}{8(x^2-6x+13)} + c$$

2)

a) $\frac{16}{3}$

b) $\frac{\pi}{4} + \operatorname{arctg} 2$

c) per partes, -2π

d) substituce, $1/3$

e) substituce, po přepočení mezí vyjde integrál od 0 do 0, tedy 0

3)

a) rozdělit 1 (bodem nespojitosti) na dva integrály, diverguje

b) 1

c) $\pi + 2 \ln 2$

d) diverguje

4)

a) $32/3$

b) $\frac{1+e^{-\pi}}{2}$

c) $2 - \frac{2}{e} + e^2$

5)

a) $\frac{5}{2}(e^2 - e^{-2})$

b) 2

6)

$$\frac{\pi}{4}(\pi+2)$$

7)

a) $36\sqrt{2}\pi$

b) $\frac{\pi}{4}(e^2 - e^{-2} + 4)$