1. Sečtěte řadu:
   a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{3^n}$
   b) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n^2+n-2}$
   c) Sečtěte řadu: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)(2n+5)}$
2. Vypočítejte: $\dfrac{n+\frac{n}{3}+\frac{n}{9}+\frac{n}{27}+\dots}{1+2+3+\dots+n}$, kde $n \in \mathbb{N}$
3. Převeďte nekonečnné desetinné číslo $0,\overline{09}$ na zlomek.
4. Rozhodněte o divergenci nebo konvergenci řady:
   a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n-1}$
   b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n-1}}{n!}$
   c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{n!}$
   d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+1}{n}$
5. Rozhodněte o divedgenci, absolutní nebo realtivní konvergenci alternujícíhc řad:
   a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{3n-1}$
   b) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n^3}{2^n}$
   c) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{n \cdot \ln n}$
6. Určete poloměr konvergence mocninných řad:
   a) $\sum_{n=1}^{\infty} n \cdot (n+1) \cdot x^n$
   b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$
   c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^n}$
   d) $\sum_{n=1}^{\infty} 3^n \cdot x^n$
7. Řešte diferneciální rovnice:
   a) $y'(1-x^2)+y=0$
   b) $(x+1)dy+x\,y\,dx=0$
   c) $2y'\sqrt{x}=y$
   d) $e^{-s}\left(1+\frac{ds}{dt}\right)=1$
8. Řešte diferenciální rovnici $y'=2\sqrt{x} \cdot \ln x$ s počáteční podmínkou $y(e)=1$.

Řešení

1.
   a) vzorec, s = 1
   b) rozložit na parc. zlomky , $\frac{1}{3}\left(\frac{1}{(n-1)}-\frac{1}{(n+2)}\right)$ rozepsat řadu, podívat se, co se odečte a udělat limitu s_n v nekonečnu => s = $\frac{11}{18}$
   c) rozložit na parc. zlomky $\frac{1}{6}\left(\frac{1}{(2n-1)}-\frac{1}{(2n+5)}\right)$, rozepsat řadu, podívat se, co se odečte a udělat limitu s_n v nekonečnu => s = $\frac{23}{90}$
2. $\frac{3}{1+n}$ (pozor ve jmenovateli je součet konečné aritmetické posloupnosti)
3. Rozepište jako součet nekonečně mnoha zlomků $0{,}090909\ldots=\left(\frac{9}{100}+\frac{9}{10000}+\ldots\right)$ a sečtěte jako geometrickou posloupnost => s = $\frac{1}{11}$
4.
   a) diverguje
   b) podílové, konverguje
   c) pro $n\geq 7$ jsou prvky této posloupnosti menší než prvky předchozí posl. => srovnávacím kritériem konverguje (lze i podílovým)
   d) rozložíme na součet dvou řad - $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}$ a $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^3}$, první diverguje, druhá konverguje, celkem řada diverguje
5.
   a) konverguje relativně
   b) konverguje absolutně, (konvergence řady s nezápornými koeficienty např. podle odmocninového kritétia)
   c) konverguje relativně, (divergence řady s nezápornými koeficienty např. podle srovnání s řadou 1/n)
6.
   a) obor konvergence $x\in(-1,1)$
   b) obor konvergence $x\in\mathbb{R}$
   c) obor konvergence $x\in\mathbb{R}$
   d) obor konvergence $x\in(-\frac{1}{3},\frac{1}{3})$
7.
   a) $y=0\,;\,y=\pm K\cdot\sqrt{\frac{x-1}{x+1}}\,K>0$
   b) $y=C\cdot(x+1)e^{-x};C\in\mathbb{R}$ (pro C = 0 y = 0)
   c) $y=K\cdot e^{\sqrt{x}};\,K\in\mathbb{R}$
   d) $1-C\cdot e^{t}=e^{-s},\,C\in\mathbb{R}$
8. $\sqrt{y}=x(\ln x-1)+1$