

MB104 – 2. demonstovaná cvičení

Algebraické struktury

Masarykova univerzita
Fakulta informatiky

28.2. 2012

1 Řešení domácích úloh z minulého týdne

2 Návodné úlohy

Příklad 1. Rozhodněte o následujících množinách a operacích, jaké tvoří struktury (grupoid, pologrupa, zda existují levé (pravé) neutrální prvky, grupa):

- 1) podmnožiny množiny přirozených čísel spolu s operací sjednocení,
- 2) kladná reálná čísla s operací \square , kde $x \square y := x^y$,
- 3) množina všech invertibilních matic 2×2 nad \mathbb{R} spolu se sčítáním,
- 4) množina všech matic 2×2 nad \mathbb{R} spolu s násobením matic,
- 5) množina všech matic 2×2 nad \mathbb{R} spolu s odčítáním matic,
- 6) množina všech invertibilních matic 2×2 nad \mathbb{Z}_2 s násobením matic,
- 7) množina \mathbb{Z} spolu s operací odčítání,
- 8) množina \mathbb{Z}_8 spolu s operací násobení (modulo 8).

Svá tvrzení zdůvodněte (proč je něco např. pouze grupoid a není pologrupa ...).

Příklad 2. *Určete grupu symetrií pravidelného čtyřstěnu (popište všechny symetrie). Kolik má prvků? Je tato grupa komutativní? Je izomorfní (tzn. až na pojmenování prvků stejná) nějaké známé grupě?*

Příklad 3. Rozložte na součin transpozic následující permutaci:

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 8 & 6 & 2 & 7 & 1 & 3 & 9 & 4 & 5 \end{pmatrix}$$

Spočtěte σ^{2012} .

1 Řešení domácích úloh z minulého týdne

2 **Návodné úlohy**

Určete počet všech trojprvkových grupoidů (až na isomorfismus, tj. přejmenování prvků)

Určete počet všech trojprvkových grupoidů (až na isomorfismus, tj. přejmenování prvků)

Určete počet všech trojprvkových grup (až na isomorfismus, tj. přejmenování prvků)

$$\ln : (\mathbb{R}^+, \cdot) \rightarrow (\mathbb{R}, +),$$

$$\det : (M_{n,n}^*, \cdot) \rightarrow (\mathbb{R}^*, \cdot),$$

$$\text{Zobrazení } f : \mathbb{Z}_5 \rightarrow \mathbb{Z}_5, x \mapsto x^3$$

Nalezněte všechny podgrupy grupy symetrií tetraedru. Které z nich jsou normální? Jak vypadá příslušná faktorgrupa?

Eulerova funkce,

Eulerova funkce,
Eulerova věta,

Eulerova funkce,
Eulerova věta,
Určete poslední dvě cify čísla $7^{7^{7^7}}$.