Implementace Prologu

Literatura:

- Matyska L., Toman D.: Implementační techniky Prologu, Informační systémy, (1990), 21–59. `http://www.ics.muni.cz/people/matyska/vyuka/lp/lp.html`

Opakování: základní pojmy

- Konečná množina klauzulí `Hlava :- Tělo` tvoří **program P**.
- **`Hlava`** je literál
- **`Tělo`** je (eventuálně prázdná) konjunkce literálů $T_1, \ldots T_a$, $a \geq 0$
- **Literál**
  je tvořen m-árním predikátovým symbolem (m/p) a m termy (argumenty)
- **Term** je konstanta, proměnná nebo složený term.
- **Složený term**
  s n termy na místě argumentů
- **Dotaz (cíl)** je neprázdná množina literálů.

Interpretace

Deklarativní sémantika:

Hlava platí, platí-li jednotlivé literály těla.

Procedurální (imperativní) sémantika:

```
Entry: Hlava::
{
   call T1
   ⋮
   call Ta
}
```

Volání procedury s názvem `Hlava` uspěje, pokud uspěje volání všech procedur (literálů) v těle.

Procedurální sémantika = podklad pro implementaci

Abstraktní interpret

Vstup: Logický program P a dotaz G.

1. Inicializuj množinu cílů S literály z dotazu G; S:=G
2. `while ( S != empty ) do`
3. Vyber A∈S a dále vyber klauzuli `A':-`B_1`,...,`B_n $(n \geq 0)$ z programu P takovou, že $\exists\sigma : A\sigma = A'\sigma$; σ je nejobecnější unifikátor.
   Pokud neexistuje A' nebo σ, ukonči cyklus.
4. Nahraď A v S cíli B_1 až B_n.
5. Aplikuj σ na G a S.
6. `end while`
7. Pokud S==`empty`, pak výpočet úspěšně skončil a výstupem je G se všemi aplikovanými substitucemi.
   Pokud S!=`empty`, výpočet končí neúspěchem.

Abstraktní interpret – pokračování

Kroky (3) až (5) představují **redukci** (logickou inferenci) cíle A.

Počet redukcí za sekundu (LIPS) == indikátor výkonu implementace

Věta

Existuje-li instance G' dotazu G, odvoditelná z programu P v konečném počtu kroků, pak bude tímto interpretem nalezena.

Nedeterminismus interpetu

1. **Selekční pravidlo:** výběr cíle A z množiny cílů S
   - neovlivňuje výrazně výsledek chování interpretu
2. **Způsob prohledávání stromu výpočtu:** výběr klauzule A' z programu P
   - je velmi důležitý, všechny klauzule totiž nevedou k úspěšnému řešení

Vztah k úplnosti:

1. Selekční pravidlo neovlivňuje úplnost
   - možno zvolit libovolné v rámci SLD rezoluce
2. Prohledávání stromu výpočtu do šířky nebo do hloubky

„Prozření" – automatický výběr správné klauzule

- vlastnost abstraktního interpretu, kterou ale reálné interprety nemají

Prohledávání do šířky

1. Vybereme všechny klauzule $A_i^{'}$, které je možno unifikovat s literálem A
   - nechť je těchto klauzulí q
2. Vytvoříme q kopií množiny S
3. V každé kopii redukujeme A jednou z klauzulí $A_i^{'}$.
   - aplikujeme příslušný nejobecnější unifikátor
4. V následujících krocích redukujeme všechny množiny S_i současně.
5. Výpočet ukončíme úspěchem, pokud se alespoň jedna z množin S_i stane prázdnou.

- Ekvivalence s abstraktnímu interpretem
  - pokud jeden interpret neuspěje, pak neuspěje i druhý
  - pokud jeden interpret uspěje, pak uspěje i druhý

Prohledávání do hloubky

1. Vybereme všechny klauzule A'_i, které je možno unifikovat s literálem A.
2. Všechny tyto klauzule zapíšeme na zásobník.
3. Redukci provedeme s klauzulí na vrcholu zásobníku.
4. Pokud v nějakém kroku nenajdeme vhodnou klauzuli A', vrátíme se k předchozímu stavu (tedy anulujeme aplikace posledního unifikátoru σ) a vybereme ze zásobníku další klauzuli.
5. Pokud je zásobník prázdný, končí výpočet neúspěchem.
6. Pokud naopak zredukujeme všechny literály v S, výpočet končí úspěchem.

- Není úplné, tj. nemusí najít všechna řešení
- Nižší paměťová náročnost než prohledávání do šířky
- Používá se v Prologu

Reprezentace objektů

- Beztypový jazyk
- Kontrola „typů” za běhu výpočtu
- Informace o struktuře součástí objektu

Typy objektů

- **Primitivní objekty:**
  - konstanta
  - číslo
  - volná proměnná
  - odkaz (reference)
- **Složené (strukturované) objekty:**
  - struktura
  - seznam

Reprezentace objektů II

Příznaky (tags):

Objekt	Příznak
volná proměnná	FREE
konstanta	CONST
celé číslo	INT
odkaz	REF
složený term	FUNCT

Obsah adresovatelného slova: **hodnota** a **příznak**.

Primitivní objekty uloženy přímo ve slově

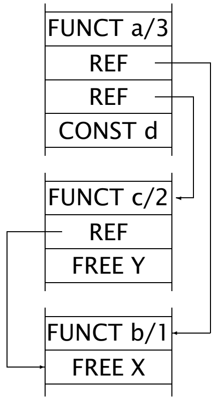
Složené objekty

- jsou instance termu ve zdrojovém textu, tzv. zdrojového termu
- zdrojový term bez proměnných $\Longrightarrow$ každá instanciace ekvivalentní zdrojovému termu
- zdrojový term s proměnnými $\Longrightarrow$ dvě instance se mohou lišit aktuálními hodnotami proměnných, jedinečnost zajišťuje kopírování struktur nebo sdílení struktur

Kopírování struktur

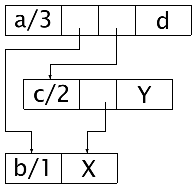
Příklad:

a(b(X),c(X,Y),d),



Kopírování struktur II

- Term F s aritou A reprezentován A+1 slovy:
  - funktor a arita v prvním slově
  - 2. slovo nese první argument (resp. odkaz na jeho hodnotu) ⋮
  - A+1 slovo nese hodnotu A-tého argumentu
- Reprezentace vychází z orientovaných acyklických grafů:



- Vykopírována každá instance ⇒ **kopírování struktur**
- Termy ukládány na **globální zásobník**

Sdílení struktur

- Vychází z myšlenky, že při reprezentaci je třeba řešit přítomnost proměnných
- Instance termu

  `< kostra_termu; rámec >`

  - `kostra_termu` je zdrojový term s očíslovanými proměnnými
  - rámec je vektor aktuálních hodnot těchto proměnných
    - i-tá položka nese hodnotu i-té proměnné v původním termu

Sdílení struktur II

Příklad:

`a(b(X),c(X,Y),d)`

reprezentuje

`< a(b($1),c($1,$2),d) ; [FREE, FREE] >`

kde symbolem `$i` označujeme i-tou proměnnou.

Implementace:

`< &kostra_termu; &rámec >` (& vrací adresu objektu)

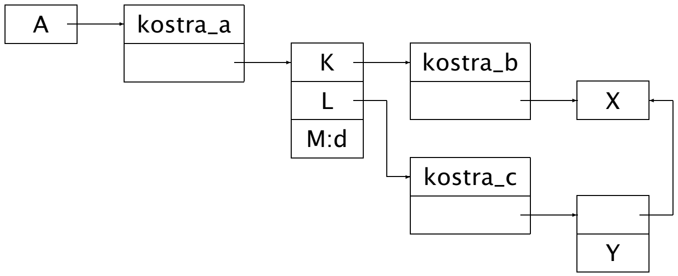
Všechny instance sdílí společnou `kostru_termu` ⇒ **sdílení struktur**

Srovnání: příklad

- Naivní srovnání: sdílení paměťově méně náročné
- Platí ale pouze pro rozsáhlé termy přítomné ve zdrojovém kódu
- Postupná tvorba termů:

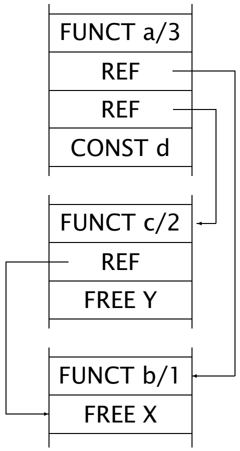
  `A = a(K,L,M), K = b(X), L = c(X,Y), M = d`

  - Sdílení termů:



Srovnání: příklad – pokračování

- Kopírování struktur: `A = a(K,L,M), K = b(X), L = c(X,Y), M = d`



tj. identické jako přímé vytvoření termu `a(b(X),c(X,Y),d)`

Srovnání II

- **Složitost algoritmů pro přístup k jednotlivým argumentům**
  - sdílení struktur: nutná víceúrovňová nepřímá adresace
  - kopírování struktur: bez problémů
  - jednodušší algoritmy usnadňují i optimalizace
- **Lokalita přístupů do paměti**
  - sdílení struktur: přístupy rozptýleny po paměti
  - kopírování struktur: lokalizované přístupy
  - při stránkování paměti – rozptýlení vyžaduje přístup k více stránkám
- Z praktického hlediska neexistuje mezi těmito přístupy zásadní rozdíl

Řízení výpočtu

- **Dopředný výpočet**
  - po úspěchu (úspěšná redukce)
    - jednotlivá volání procedur skončí úspěchem
  - klasické volání rekurzivních procedur
- **Zpětný výpočet (backtracking)**
  - po neúspěchu vyhodnocení literálu (neúspěšná redukce)
    - nepodaří se unifikace aktuálních a formálních parametrů hlavy
  - návrat do bodu, kde zůstala nevyzkoušená alternativa výpočtu
    - je nutná obnova původních hodnot jednotlivých proměnných
    - po nalezení místa s dosud nevyzkoušenou klauzulí pokračuje dále dopředný výpočet

Aktivační záznam

- Volání (=aktivace) procedury
- Aktivace **sdílí společný kód**, liší se obsahem **aktivačního záznamu**
- Aktivační záznam uložen na **lokálním zásobníku**
- Dopředný výpočet
  - stav výpočtu v okamžiku volání procedury
  - aktuální parametry
  - lokální proměnné
  - pomocné proměnné ('a la registry)
- Zpětný výpočet (backtracking)
  - hodnoty parametrů v okamžiku zavolání procedury
  - následující klauzule pro zpracování při neúspěchu

Aktivační záznam a roll-back

- Neúspěšná klauzule mohla nainstanciovat nelokální proměnné
  - `a(X) :- X = b(c,Y), Y = d.` `?- W = b(Z,e), a(W).` (viz instanciace `Z`)
- Při návratu je třeba obnovit (**roll-back**) původní hodnoty proměnných
- Využijeme vlastností logických proměnných
  - instanciovat lze pouze volnou proměnnou
  - jakmile proměnná získá hodnotu, nelze ji změnit jinak než návratem výpočtu

  $\Longrightarrow$ původní hodnoty všech proměnných odpovídají volné proměnné
- **Stopa** (trail): zásobník s adresami instanciovaných proměnných
  - ukazatel na aktuální vrchol zásobníku uchováván v aktivačním záznamu
  - při neúspěchu jsou hodnoty proměnných na stopě v úseku mezi aktuálním a uloženým vrcholem zásobníku změněny na „volná"
- **Globální zásobník**: pro uložení složených termů
  - ukazatel na aktuální vrchol zásobníku uchováván v aktivačním záznamu
  - při neúspěchu vrchol zásobníku snížen podle uschované hodnoty v aktivačním záznamu

Okolí a bod volby

Aktivační záznam úspěšně ukončené procedury nelze odstranit z lokálního zásobníku $\Longrightarrow$ **rozdělení aktivačního záznamu:**

- **okolí** (environment) – informace nutné pro dopředný běh programu
- **bod volby** (choice point) – informace nezbytné pro zotavení po neúspěchu
- ukládány na lokální zásobník
- samostatně provázány (odkaz na předchozí okolí resp. bod volby)

Důsledky:

- samostatná práce s každou částí aktivačního záznamu (optimalizace)
- alokace pouze okolí pro deterministické procedury
- možnost odstranění okolí po úspěšném vykonání (i nedeterministické) procedury (pokud okolí následuje po bodu volby dané procedury)
  - pokud je okolí na vrcholu zásobníku

Řez

- Prostředek pro ovlivnění běhu výpočtu programátorem
  - ```
    a(X) :- b(X), !, c(X).      a(3).
    b(1).      b(2).
    c(1).      c(2).
    ```
- Řez: neovlivňuje dopředný výpočet, má vliv pouze na zpětný výpočet
- Odstranění alternativních větví výpočtu

  ⇒ odstranění odpovídajících bodů volby
  - tj. odstranění bodů volby mezi současným vrcholem zásobníku a bodem volby procedury, která řez vyvolala (včetně bodu volby procedury s řezem)

  ⇒ změna ukazatele na „nejmladší" bod volby

⇒ Vytváření deterministických procedur

⇒ Optimalizace využití zásobníku

Interpret Prologu

Základní principy:

- klauzule uloženy jako termy
- **programová databáze**
  - pro uložení klauzulí
  - má charakter haldy
    - umožňuje modifikovatelnost prologovských programů za běhu (`assert`)
- klauzule zřetězeny podle pořadí načtení
  - triviální zřetězení

Vyhodnocení dotazu: volání procedur řízené unifikací

Interpret – Základní princip

1. Vyber redukovaný literál („první", tj. nejlevější literál cíle)
2. Lineárním průchodem od začátku databáze najdi klauzuli, jejíž hlava má stejný funktor a stejný počet argumentů jako redukovaný literál
3. V případě nalezení klauzule založ bod volby procedury
4. Založ dále okolí první klauzule (velikost odvozena od počtu lokálních proměnných v klauzuli)
5. Proveď unifikaci literálu a hlavy klauzule
6. Úspěch ⇒ přidej všechny literály klauzule k cíli („doleva", tj. na místo redukovaného literálu). Tělo prázdné ⇒ výpočet se s úspěchem vrací do klauzule, jejíž adresa je v aktuálním okolí.
7. Neúspěch unifikace ⇒ z bodu volby se obnoví stav a pokračuje se v hledání další vhodné klauzule v databázi.
8. Pokud není nalezena odpovídající klauzule, výpočet se vrací na předchozí bod volby (krátí se lokální i globální zásobník).
9. Výpočet končí neúspěchem: neexistuje již bod volby, k němuž by se výpočet mohl vrátit.
10. Výpočet končí úspěchem, jsou-li úspěšně redukovány všechny literály v cíli.
    ```

Interpret – vlastnosti

- Lokální i globální zásobník
  - při dopředném výpočtu roste
  - při zpětném výpočtu se zmenšuje

  Lokální zásobník se může zmenšit při dopředném úspěšném výpočtu deterministické procedury.
- Unifikace argumentů hlavy – obecný unifikační algoritmus
  Současně poznačí adresy instanciovaných proměnných na stopu.
- „Interpret”:

  ```
  interpret(Query, Vars) :- call(Query), success(Query, Vars).
  interpret(_,_) :- failure.
  ```

  - dotaz vsazen do kontextu této speciální nedeterministické procedury
  - tato procedura odpovídá za korektní reakci systému v případě úspěchu i neúspěchu

Optimalizace: Indexace

- Zřetězení klauzulí podle pořadí načtení velmi neefektivní
- Provázání klauzulí se stejným funktorem a aritou hlavy (tvoří jednu **proceduru**)
  - tj., **indexace procedur**
- Hash tabulka pro vyhledání první klauzule
- Možno rozhodnout (parciálně) determinismus procedury

Indexace argumentů

```
a(1) :- q(1).
a(a) :- b(X).
a([A|T]) :- c(A,T).
```

- Obecně nedeterministická
- Při volání s alespoň částečně instanciovaným argumentem vždy deterministická (pouze jedna klauzule může uspět)
- **Indexace podle prvního argumentu**

  Základní typy zřetězení:
  - podle pořadí klauzulí (aktuální argument je volná proměnná)
  - dle konstant (aktuální je argument konstanta)
  - formální argument je seznam (aktuální argument je seznam)
  - dle struktur (aktuální argument je struktura)

Indexace argumentů II

- Složitější indexační techniky
  - podle všech argumentů
  - podle nejvíce diskriminujícího argumentu
  - kombinace argumentů (indexové techniky z databází)
    - zejména pro přístup k faktům

Tail Recursion Optimization, TRO

Iterace prováděna pomocí rekurze ⇒ lineární paměťová náročnost cyklů

Optimalizace koncové rekurze *(Tail Recursion Optimisation)*, TRO:
Okolí se odstraní **před** rekurzivním voláním posledního literálu klauzule,
pokud je klauzule resp. její volání deterministické.

Řízení se nemusí vracet:

- v případě úspěchu se rovnou pokračuje
- v případě neúspěchu se vrací na předchozí bod volby („nad" aktuální klauzulí)
  - aktuální klauzule nemá dle předpokladu bod volby

Rekurzivně volaná klauzule může být volána přímo z kontextu volající klauzule.

TRO – příklad

Program:

```
append([], L, L).
append([A|X], L, [A|Y]) :- append(X, L, Y).
```

Dotaz:

```
?- append([a,b,c], [x], L).
```

append volán rekurzivně 4krát

- bez TRO: 4 okolí, lineární paměťová náročnost
- s TRO: 1 okolí, konstatní paměťová náročnost

Optimalizace posledního volání

TRO pouze speciální případ
  obecné **optimalizace posledního volání *(Last Call Optimization)*, LCO**

Okolí (před redukcí posledního literálu)
  odstraňováno vždy, když leží na vrcholu zásobníku.

Nutné úpravy interpretu

- disciplina směrování ukazatelů
  - vždy „mladší" ukazuje na „starší" („mladší" budou odstraněny dříve)
  - z lokálního do globálního zásobníku

  vyhneme se vzniku „visících odkazů" při předčasném odstranění okolí
- „globalizace" lokálních proměnných: lokální proměnné posledního literálu
  - nutno přesunout na globální zásobník
  - pouze pro neinstanciované proměnné

Warrenův abstraktní počítač, WAM I.

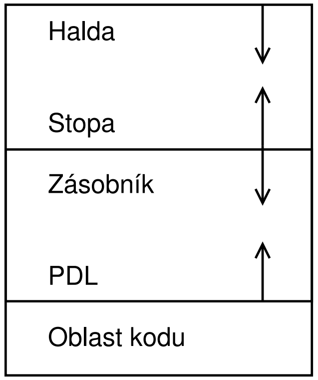
Navržen D.H.D. Warrenem v roce 1983, modifikace do druhé poloviny 80. let

Datové oblasti:

- **Oblast kódu** (programová databáze)
  - separátní oblasti pro uživatelský kód (modifikovatelný) a vestavěné predikáty (nemění se)
  - obsahuje rovněž všechny statické objekty (texty atomů a funktorů apod.)
- **Lokální zásobník *(Stack)***
- **Stopa *(Trail)***
- **Globální zásobník n. halda*(Heap)***
- **Pomocný zásobník *(Push Down List, PDL)***
  - pracovní paměť abstraktního počítače
  - použitý v unifikaci, syntaktické analýze apod.

Rozmístění datových oblastí

- Příklad konfigurace



- Halda i lokální zásobník musí růst stejným směrem
  - lze jednoduše porovnat stáří dvou proměnných srovnáním adres
    využívá se při zabránění vzniku visících odkazů

Registry WAMu

- **Stavové registry**:
  - **P** čitač adres (**P**rogram counter)
  - **CP** adresa návratu (**C**ontinuation **P**ointer)
  - **E** ukazatel na nejmladší okolí (**E**nvironment)
  - **B** ukazatel na nejmladší bod volby (**B**acktrack point)
  - **TR** vrchol stopy (**TR**ail)
  - **H** vrchol haldy (**H**eap)
  - **HB** vrchol haldy v okamžiku založení posledního bodu volby (**H**eap on **B**acktrack point)
  - **S** ukazatel, používaný při analýze složených termů (**S**tructure pointer)
  - **CUT** ukazatel na bod volby, na který se řezem zařízne zásobník
- **Argumentové registry**: `A1,A2,...` (při předávání parametrů n. pracovní registry)
- **Registry pro lokální proměnné**: `Y1,Y2,...`
  - abstraktní znázornění lok. proměnných na zásobníku

Typy instrukcí WAMu

- **put instrukce** – příprava argumentů před voláním podcíle
  - žádná z těchto instrukcí nevolá obecný unifikační algoritmus
- **get instrukce** – unifikace aktuálních a formálních parametrů
  - vykonávají činnost analogickou instrukcím `unify`
  - obecná unifikace pouze při `get_value`
- **`unify` instrukce** – zpracování složených termů
  - jednoargumentové instrukce, používají registr S jako druhý argument
  - počáteční hodnota S je odkaz na `1.` argument
  - volání instrukce `unify` zvětší hodnotu S o jedničku
  - obecná unifikace pouze při `unify_value` a `unify_local_value`
- **Indexační instrukce** – indexace klauzulí a manipulace s body volby
- **Instrukce řízení běhu** – předávání řízení a explicitní manipulace s okolím

Instrukce put a get: příklad

Příklad: `a(X,Y,Z) :- b(f,X,Y,Z).`

```
get_var     A1,A5
get_var     A2,A6
get_var     A3,A7
put_const   A1,f
put_value   A2,A5
put_value   A3,A6
put_value   A4,A7
execute     b/4
```

WAM – optimalizace

1. Indexace klauzulí
2. Generování optimální posloupnosti instrukcí WAMu
3. Odstranění redundancí při generování cílového kódu.

- Příklad: `a(X,Y,Z) :- b(f,X,Y,Z).`

  naivní kód (vytvoří kompilátor pracující striktně zleva doprava) vs.

  optimalizovaný kód (počet registrů a tedy i počet instrukcí/přesunů v paměti snížen):

```
get_var     A1,A5        |    get_var     A3,A4
get_var     A2,A6        |    get_var     A2,A3
get_var     A3,A7        |    get_var     A1,A2
put_const   A1,f         |    put_const   A1,f
put_value   A2,A5        |    execute     b/4
put_value   A3,A6        |
put_value   A4,A7        |
execute     b/4          |
```


Instrukce WAMu

get **instrukce**		put **instrukce**		unify **instrukce**	
get_var	Ai,Y	put_var	Ai,Y	unify_var	Y
get_value	Ai,Y	put_value	Ai,Y	unify_value	Y
get_const	Ai,C	put_unsafe_value	Ai,Y	unify_local_value	Y
get_nil	Ai	put_const	Ai,C	unify_const	C
get_struct	Ai,F/N	put_nil	Ai	unify_nil	
get_list	Ai	put_struct	Ai,F/N	unify_void	N
		put_list	Ai		

instrukce řízení		**indexační instrukce**			
allocate		try_me_else	Next	try	Next
deallocate		retry_me_else	Next	retry	Next
call	Proc/N,A	trust_me_else	fail	trust	fail
execute	Proc/N				
proceed		cut_last		switch_on_term	Var,Const,List,Struct
		save_cut	Y	switch_on_const	Table
		load_cut	Y	switch_on_struct	Table

WAM – indexace

- Provázání klauzulí: instrukce XX_me_else:
  - první klauzule: `try_me_else`; založí bod volby
  - poslední klauzule: `trust_me_else`; zruší nejmladší bod volby
  - ostatní klauzule: `retry_me_else`; znovu použije nejmladší bod volby po neúspěchu
- Provázání podmnožiny klauzulí (podle argumentu):
  - `try`
  - `retry`
  - `trust`
- „Rozskokové” instrukce (dle typu a hodnoty argumentu):
  - `switch_on_term Var, Const, List, Struct`

    výpočet následuje uvedeným návěstím podle typu prvního argumentu
  - `switch_on_YY`: hashovací tabulka pro konkrétní typ (konstanta, struktura)

Příklad indexace instrukcí

Procedure

```
a(atom) :- body1.
a(1) :- body2.
a(2) :- body3.
a([X|Y]) :- body4.
a([X|Y]) :- body5.
a(s(N)) :- body6.
a(f(N)) :- body7.
```

odpovídají instrukce

```
a:    switch_on_term L1, L2, L3, L4
L2:   switch_on_const  atom :L1a
                       1    :L5a
                       2    :L6a
L3:   try              L7a
      trust            L8a
L4:   switch_on_struct s/1  :L9a
                       f/1  :L10a
L1:   try_me_else L5
L1a:  body1
L5:   retry_me_else L6
L5a:  body2
L6:   retry_me_else L7
L6a:  body3
L7:   retry_me_else L8
L7a:  body4
L8:   retry_me_else L9
L8a:  body5
L9:   retry_me_else L10
L9a:  body6
L10:  trust_me_else fail
L10a: body7
```

WAM – řízení výpočtu

- `execute Proc`: ekvivalentní příkazu goto
- `proceed`: zpracování faktů
- `allocate`: alokuje okolí (pro některé klauzule netřeba, proto explicitně generováno)
- `deallocate`: uvolní okolí (je-li to možné, tedy leží-li na vrcholu zásobníku)
- `call Proc,N`: zavolá `Proc`, `N` udává počet lok. proměnných (odpovídá velikosti zásobníku)
  Možná optimalizace: vhodným uspořádáním proměnných
  lze dosáhnout postupného zkracování lokálního zásobníku

`a(A,B,C,D) :- b(D), c(A,C), d(B), e(A), f.`

generujeme instrukce

```
allocate
call b/1,4
call c/2,3
call d/1,2
call e/1,1
deallocate
execute f/0
```


WAM – řez

Implementace řezu (opakování): odstranění bodů volby mezi současným vrcholem zásobníku a bodem volby procedury, která řez vyvolala (včetně bodu volby procedury s řezem)

Indexační instrukce znemožňují v době překladu rozhodnout, zda bude alokován bod volby

- příklad: `?- a(X).` může být nedeterministické, ale `?- a(1).` může být deterministické

`cut_last: B := CUT`   `save_cut Y: Y := CUT`   `load_cut Y: B := Y`

Hodnota registru B je uchovávána v registru CUT instrukcemi `call` a `execute`.
Je-li řez prvním predikátem klauzule, použije se rovnou `cut_last`. V opačném případě se použije jako první instrukce `save_cut Y` a v místě skutečného volání řezu se použije `load_cut Y`.

Příklad:

```
a(X,Z) :- b(X), !, c(Z).
a(2,Z) :- !, c(Z).
a(X,Z) :- d(X,Z).
```

odpovídá

```
save_cut Y2; get A2,Y1; call b/1,2; load_cut Y2; put Y1,A1; execute c/1
get_const A1,2; cut_last; put A2,A1; execute c/1
execute d/2
```