

Operační a deklarativní semantika

Operační sémantika

- **Operační sémantikou** logického programu P rozumíme množinu $O(P)$ všech atomických formulí bez proměnných, které lze pro nějaký cíl G^1 odvodit nějakým rezolučním důkazem ze vstupní množiny $P \cup \{G\}$.

¹tímto výrazem jsou míněny všechny cíle, pro něž zmíněný rezoluční důkaz existuje.

Operační sémantika

- **Operační sémantikou** logického programu P rozumíme množinu $O(P)$ všech atomických formulí bez proměnných, které lze pro nějaký cíl G^1 odvodit nějakým rezolučním důkazem ze vstupní množiny $P \cup \{G\}$.

¹tímto výrazem jsou míněny všechny cíle, pro něž zmíněný rezoluční důkaz existuje.

- Deklarativní sémantika logického programu P ???

Opakování: interpretace

- **Interpretace** \mathcal{I} jazyka \mathcal{L} je dána univerzem \mathcal{D} a zobrazením, které přiřadí konstantě c prvek \mathcal{D} , funkčnímu symbolu f/n n -ární operaci v \mathcal{D} a predikátovému symbolu p/n n -ární relaci.
- příklad: $F = \{\{f(a, b) = f(b, a)\}, \{f(f(a, a), b) = a\}\}$
interpretace \mathcal{I}_1 : $\mathcal{D} = \mathbb{Z}, a := 1, b := -1, f := "+"$

Opakování: interpretace

- **Interpretace** \mathcal{I} jazyka \mathcal{L} je dána univerzem \mathcal{D} a zobrazením, které přiřadí konstantě c prvek \mathcal{D} , funkčnímu symbolu f/n n -ární operaci v \mathcal{D} a predikátovému symbolu p/n n -ární relaci.
 - příklad: $F = \{\{f(a, b) = f(b, a)\}, \{f(f(a, a), b) = a\}\}$
interpretace \mathcal{I}_1 : $\mathcal{D} = \mathbb{Z}, a := 1, b := -1, f := " + "$
- Interpretace se nazývá **modelem** formule, je-li v ní tato formule pravdivá
 - interpretace množiny \mathbb{N} s obvyklými operacemi je modelem formule ($0 + s(0) = s(0)$)

Herbrandovy interpretace

- Omezení na obor skládající se ze **symbolických výrazů tvořených z predikátových a funkčních symbolů daného jazyka**
- při zkoumání pravdivosti není nutné uvažovat modely nad všemi interpretacemi

Herbrandovy interpretace

- Omezení na obor skládající se ze **symbolických výrazů tvořených z predikátových a funkčních symbolů daného jazyka**
 - při zkoumání pravdivosti není nutné uvažovat modely nad všemi interpretacemi
- **Herbrandovo univerzum**: množina všech termů bez proměnných, které mohou být tvořeny funkčními symboly a konstantami daného jazyka
- **Herbrandova interpretace**: libovolná interpretace, která přiřazuje
 - proměnným prvky Herbrandova univerza
 - konstantám sebe samé
 - funkčním symbolům funkce, které symbolu f pro argumenty t_1, \dots, t_n přiřadí term $f(t_1, \dots, t_n)$
 - predikátovým symbolům libovolnou funkci z Herbrand. univerza do pravdivostních hodnot

Herbrandovy interpretace

- Omezení na obor skládající se ze **symbolických výrazů tvořených z predikátových a funkčních symbolů daného jazyka**
 - při zkoumání pravdivosti není nutné uvažovat modely nad všemi interpretacemi
- **Herbrandovo univerzum**: množina všech termů bez proměnných, které mohou být tvořeny funkčními symboly a konstantami daného jazyka
- **Herbrandova interpretace**: libovolná interpretace, která přiřazuje
 - proměnným prvky Herbrandova univerza
 - konstantám sebe samé
 - funkčním symbolům funkce, které symbolu f pro argumenty t_1, \dots, t_n přiřadí term $f(t_1, \dots, t_n)$
 - predikátovým symbolům libovolnou funkci z Herbrand. univerza do pravdivostních hodnot
- **Herbrandův model** množiny uzavřených formulí \mathcal{P} :
Herbrandova interpretace taková, že každá formule z \mathcal{P} je v ní pravdivá.

Specifikace Herbrandova modelu

- Herbrandovy interpretace mají předdefinovaný význam funktorů a konstant
- Pro specifikaci Herbrandovy interpretace tedy stačí zadat relace pro každý predikátový symbol

Specifikace Herbrandova modelu

- Herbrandovy interpretace mají předdefinovaný význam funktorů a konstant
- Pro specifikaci Herbrandovy interpretace tedy stačí zadat relace pro každý predikátový symbol
- Příklad: Herbrandova interpretace a Herbrandův model množiny formulí

```
Lichy(s(0)). % (1)  
Lichy(s(s(X))) :- Lichy(X). % (2)
```

Specifikace Herbrandova modelu

- Herbrandovy interpretace mají předdefinovaný význam funktorů a konstant
 - Pro specifikaci Herbrandovy interpretace tedy stačí zadat relace pro každý predikátový symbol
 - Příklad: Herbrandova interpretace a Herbrandův model množiny formulí

`licky(s(0)). % (1)`

```
lichy(s(s(X))) :- lichy(X). % (2)
```

- $I_1 = \emptyset$ není model (1)

Specifikace Herbrandova modelu

- Herbrandovy interpretace mají předdefinovaný význam funktorů a konstant
- Pro specifikaci Herbrandovy interpretace tedy stačí zadat relace pro každý predikátový symbol
- Příklad: Herbrandova interpretace a Herbrandův model množiny formulí

`lichy(s(0)). % (1)`

`lichy(s(s(X))) :- lichy(X). % (2)`

- $I_1 = \emptyset$ není model (1)
- $I_2 = \{lchy(s(0))\}$ není model (2)

Specifikace Herbrandova modelu

- Herbrandovy interpretace mají předdefinovaný význam funktorů a konstant
- Pro specifikaci Herbrandovy interpretace tedy stačí zadat relace pro každý predikátový symbol
- Příklad: Herbrandova interpretace a Herbrandův model množiny formulí

`lichy(s(0)). % (1)`

`lichy(s(s(X))) :- lichy(X). % (2)`

- $I_1 = \emptyset$ není model (1)
- $I_2 = \{lchy(s(0))\}$ není model (2)
- $I_3 = \{lchy(s(0)), lchy(s(s(s(0))))\}$ není model (2)

Specifikace Herbrandova modelu

- Herbrandovy interpretace mají předdefinovaný význam funktorů a konstant
- Pro specifikaci Herbrandovy interpretace tedy stačí zadat relace pro každý predikátový symbol
- Příklad: Herbrandova interpretace a Herbrandův model množiny formulí

`lichy(s(0)). % (1)`

`lichy(s(s(X))) :- lichy(X). % (2)`

- $\mathcal{I}_1 = \emptyset$ není model (1)
- $\mathcal{I}_2 = \{lchy(s(0))\}$ není model (2)
- $\mathcal{I}_3 = \{lchy(s(0)), lchy(s(s(s(0))))\}$ není model (2)
- $\mathcal{I}_4 = \{lchy(s^n(0)) | n \in \{1, 3, 5, 7, \dots\}\}$ Herbrandův model (1) i (2)

Specifikace Herbrandova modelu

- Herbrandovy interpretace mají předdefinovaný význam funktorů a konstant
- Pro specifikaci Herbrandovy interpretace tedy stačí zadat relace pro každý predikátový symbol
- Příklad: Herbrandova interpretace a Herbrandův model množiny formulí

`lichy(s(0)). % (1)`

`lichy(s(s(X))) :- lichy(X). % (2)`

- $\mathcal{I}_1 = \emptyset$ není model (1)
- $\mathcal{I}_2 = \{lchy(s(0))\}$ není model (2)
- $\mathcal{I}_3 = \{lchy(s(0)), lchy(s(s(s(0))))\}$ není model (2)
- $\mathcal{I}_4 = \{lchy(s^n(0)) | n \in \{1, 3, 5, 7, \dots\}\}$ Herbrandův model (1) i (2)
- $\mathcal{I}_5 = \{lchy(s^n(0)) | n \in \mathbb{N}\}$ Herbrandův model (1) i (2)

Příklad: Herbrandovy interpretace

rodic(a,b).

rodic(b,c).

predek(X,Y) :- rodic(X,Y).

predek(X,Z) :- rodic(X,Y), predek(Y,Z).

Příklad: Herbrandovy interpretace

`rodic(a,b).`

`rodic(b,c).`

`predek(X,Y) :- rodic(X,Y).`

`predek(X,Z) :- rodic(X,Y), predek(Y,Z).`

$$\mathcal{I}_1 = \{rodic(a,b), rodic(b,c), predek(a,b), predek(b,c), predek(a,c)\}$$

$$\begin{aligned}\mathcal{I}_2 = \{ & rodic(a,b), rodic(b,c), \\ & predek(a,b), predek(b,c), predek(a,c), predek(a,a)\}\end{aligned}$$

\mathcal{I}_1 i \mathcal{I}_2 jsou Herbrandovy modely klauzulí

Cvičení: Napište minimální Herbrandův model pro následující logický program.

`muz(petr). muz(pavel). zena(olga). zena(jitka).`

`pary(X,Y) :- zena(X), muz(Y).`

Uved'te další model tohoto programu, který není minimální.

Deklarativní a operační sémantika

- Je-li S množina programových klauzulí a M libovolná množina Herbrandových modelů S , pak **průnik těchto modelů** je opět Herbrandův model množiny S .

- Důsledek:**

Existuje **nejmenší Herbrandův model** množiny S , který značíme $M(S)$.

Deklarativní a operační sémantika

- Je-li S množina programových klauzulí a M libovolná množina Herbrandových modelů S , pak **průnik těchto modelů** je opět Herbrandův model množiny S .
- Důsledek:**
Existuje **nejmenší Herbrandův model** množiny S , který značíme $M(S)$.
- Deklarativní sémantikou** logického programu P rozumíme jeho minimální Herbrandův model $M(P)$.

Deklarativní a operační sémantika

- Je-li S množina programových klauzulí a M libovolná množina Herbrandových modelů S , pak **průnik těchto modelů** je opět Herbrandův model množiny S .
- Důsledek:**
Existuje **nejmenší Herbrandův model** množiny S , který značíme $M(S)$.
- Deklarativní sémantikou** logického programu P rozumíme jeho minimální Herbrandův model $M(P)$.
- Připomenutí: **Operační sémantikou** logického programu P rozumíme množinu $O(P)$ všech atomických formulí bez proměnných, které lze pro nějaký cíl \mathcal{G} ¹ odvodit nějakým rezolučním důkazem ze vstupní množiny $P \cup \{\mathcal{G}\}$.

¹tímto výrazem jsou míněny všechny cíle, pro něž zmíněný rezoluční důkaz existuje.

Deklarativní a operační sémantika

- Je-li S množina programových klauzulí a M libovolná množina Herbrandových modelů S , pak **průnik těchto modelů** je opět Herbrandův model množiny S .
- Důsledek:**
Existuje **nejmenší Herbrandův model** množiny S , který značíme $M(S)$.
- Deklarativní sémantikou** logického programu P rozumíme jeho minimální Herbrandův model $M(P)$.
- Připomenutí: **Operační sémantikou** logického programu P rozumíme množinu $O(P)$ všech atomických formulí bez proměnných, které lze pro nějaký cíl \mathcal{G} ¹ odvodit nějakým rezolučním důkazem ze vstupní množiny $P \cup \{\mathcal{G}\}$.
- Pro libovolný logický program P platí $M(P) = O(P)$

SLD rezoluce v Prologu (pokračování)

Výpočetní strategie

- ➊ **Korektní výpočetní strategie** prohledávání stromu výpočtu musí zaručit, že se každý (konečný) výsledek nalézt v konečném čase

Výpočetní strategie

- **Korektní výpočetní strategie** prohledávání stromu výpočtu musí zaručit, že se každý (konečný) výsledek nalézt v konečném čase
- Korektní výpočetní strategie = **prohledávání stromu do šířky**
 - exponenciální paměťová náročnost
 - složité řídící struktury

Výpočetní strategie

- **Korektní výpočetní strategie** prohledávání stromu výpočtu musí zaručit, že se každý (konečný) výsledek nalézt v konečném čase
- Korektní výpočetní strategie = **prohledávání stromu do šířky**
 - exponenciální paměťová náročnost
 - složité řídící struktury
- Použitelná výpočetní strategie = **prohledávání stromu do hloubky**
 - jednoduché řídící struktury (zásobník)
 - lineární paměťová náročnost
 - **není ale úplná**: nenalezne vyvrácení i když existuje
 - procházení nekonečné větve stromu výpočtu
⇒ na nekonečných stromech dojde k zacyklení
 - nedostaneme se tak na jiné existující úspěšné uzly

SLD-rezoluce v Prologu: úplnost

- **Prolog**: prohledávání stromu do hloubky
⇒ **neúplnost** použité výpočetní strategie

- Implementace SLD-rezoluce v Prologu

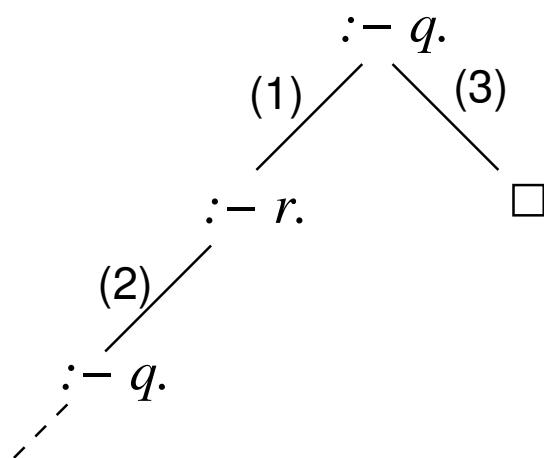
- **není úplná**

logický program: $q : -r.$ (1)

$r : -q.$ (2)

$q.$ (3)

dotaz: $: -q.$



Test výskytu

- Kontrola, zda se proměnná vyskytuje v termu, kterým ji substituujeme
 - dotaz : $\alpha(B, B)$.
 - logický program: $\alpha(X, f(X))$.
 - by věděl k: $[B/X], [X/f(X)]$
- Unifikátor pro $g(X_1, \dots, X_n)$ a $g(f(X_0, X_0), f(X_1, X_1), \dots, f(X_{n-1}, X_{n-1}))$

$$X_1 = f(X_0, X_0), \quad X_2 = f(X_1, X_1), \dots, \quad X_n = f(X_{n-1}, X_{n-1})$$

$$X_2 = f(f(X_0, X_0), f(X_0, X_0)), \dots$$

délka termu pro X_k exponenciálně narůstá

Test výskytu

- Kontrola, zda se proměnná vyskytuje v termu, kterým ji substituujeme
 - dotaz : $-a(B, B)$.
 - logický program: $a(X, f(X))$.
 - by věděl k: $[B/X], [X/f(X)]$
- Unifikátor pro $g(X_1, \dots, X_n)$ a $g(f(X_0, X_0), f(X_1, X_1), \dots, f(X_{n-1}, X_{n-1}))$
$$X_1 = f(X_0, X_0), \quad X_2 = f(X_1, X_1), \dots, \quad X_n = f(X_{n-1}, X_{n-1})$$
$$X_2 = f(f(X_0, X_0), f(X_0, X_0)), \dots$$
délka termu pro X_k exponenciálně narůstá
⇒ **exponenciální složitost** na ověření kontroly výskytu
- Test výskytu se **při unifikaci v Prologu neprovádí**
- Důsledek: $? - X = f(X)$ uspěje s $X = f(f(f(f(f(f(f(f(f(\dots))))))))$

SLD-rezoluce v Prologu: korektnost

- Implementace SLD-rezoluce v Prologu nepoužívá při unifikaci test výskytu

⇒ **není korektní**

(1) $t(X) :- p(X, X).$ $:- t(X).$

$p(X, f(X)).$ $X = f(f(f(f(\dots)))))))))$ problém se projeví

SLD-rezoluce v Prologu: korektnost

- Implementace SLD-rezoluce v Prologu nepoužívá při unifikaci test výskytu

⇒ **není korektní**

(1) $t(X) :- p(X, X).$ $: - t(X).$

$p(X, f(X)).$ $X = f(f(f(f(\dots)))))))))$ problém se projeví

(2) $t :- p(X, X).$ $: - t.$

$p(X, f(X)).$ yes dokazovací systém nehledá unifikátor pro X a $f(X)$

SLD-rezoluce v Prologu: korektnost

- Implementace SLD-rezoluce v Prologu nepoužívá při unifikaci test výskytu

⇒ **není korektní**

(1) $t(X) :- p(X, X).$ $: - t(X).$

$p(X, f(X)).$ $X = f(f(f(f(\dots)))))))))$ problém se projeví

(2) $t :- p(X, X).$ $: - t.$

$p(X, f(X)).$ yes dokazovací systém nehledá unifikátor pro X a $f(X)$

- Řešení: problém typu (2) převést na problém typu (1) ?

SLD-rezoluce v Prologu: korektnost

- Implementace SLD-rezoluce v Prologu nepoužívá při unifikaci test výskytu

⇒ **není korektní**

(1) $t(X) :- p(X, X).$ $: - t(X).$

$p(X, f(X)).$ $X = f(f(f(f(\dots)))))))))$ problém se projeví

(2) $t :- p(X, X).$ $: - t.$

$p(X, f(X)).$ yes dokazovací systém nehledá unifikátor pro X a $f(X)$

- Řešení: problém typu (2) převést na problém typu (1) ?

● každá proměnná v hlavě klauzule se objeví i v těle, aby se vynutilo hledání unifikátoru (přidáme $X = X$ pro každou X , která se vyskytuje pouze v hlavě)

$t :- p(X, X).$

$p(X, f(X)) :- X = X.$

SLD-rezoluce v Prologu: korektnost

- Implementace SLD-rezoluce v Prologu nepoužívá při unifikaci test výskytu

⇒ **není korektní**

(1) $t(X) :- p(X, X).$ $: - t(X).$

$p(X, f(X)).$ $X = f(f(f(f(\dots)))))))))$ problém se projeví

(2) $t :- p(X, X).$ $: - t.$

$p(X, f(X)).$ yes dokazovací systém nehledá unifikátor pro X a $f(X)$

- Řešení: problém typu (2) převést na problém typu (1) ?

● každá proměnná v hlavě klauzule se objeví i v těle, aby se vynutilo hledání unifikátoru (přidáme $X = X$ pro každou X , která se vyskytuje pouze v hlavě)

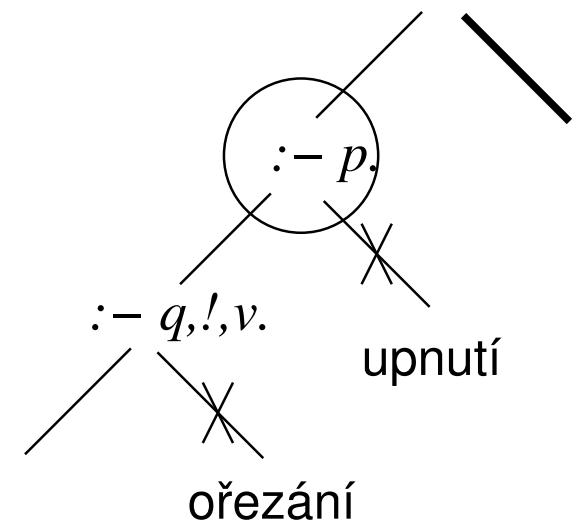
$t :- p(X, X).$

$p(X, f(X)) :- X = X.$

● optimalizace v komplilátoru mohou způsobit opět odpověď „yes“

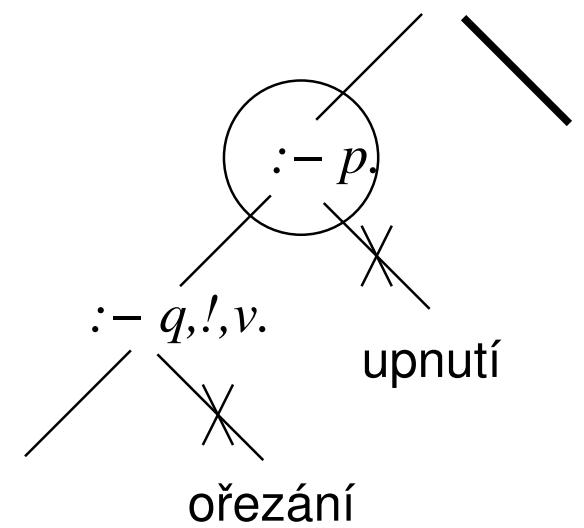
Řízení implementace: řez

- řez se syntakticky chová jako kterýkoliv jiný literál
- nemá ale žádnou deklarativní sémantiku
- místo toho **mění implementaci programu**
- $p :- \neg q, !, v.$



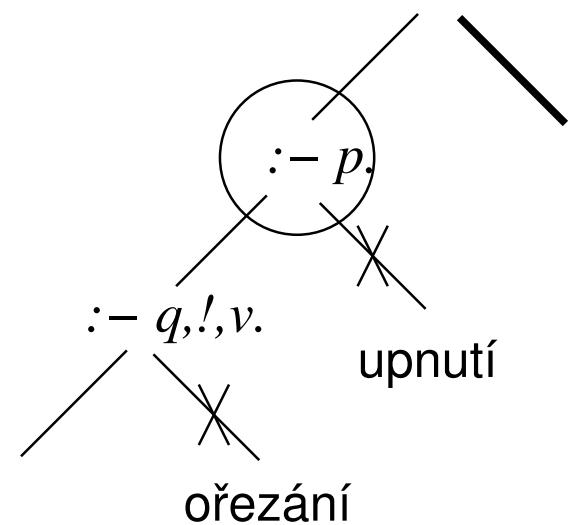
Řízení implementace: řez

- řez se syntakticky chová jako kterýkoliv jiný literál
- nemá ale žádnou deklarativní sémantiku
- místo toho **mění implementaci programu**
- $p :- q, !, v.$
 - snažíme se splnit q
 - pokud uspěji
 - ⇒ přeskočím řez a pokračuji jako by tam řez nebyl
 - pokud ale **neuspěji (a tedy i při backtrackingu) a vracím se přes řez**
 - ⇒ **vracím se až na rodiče** $:- p.$ a zkouším další větev



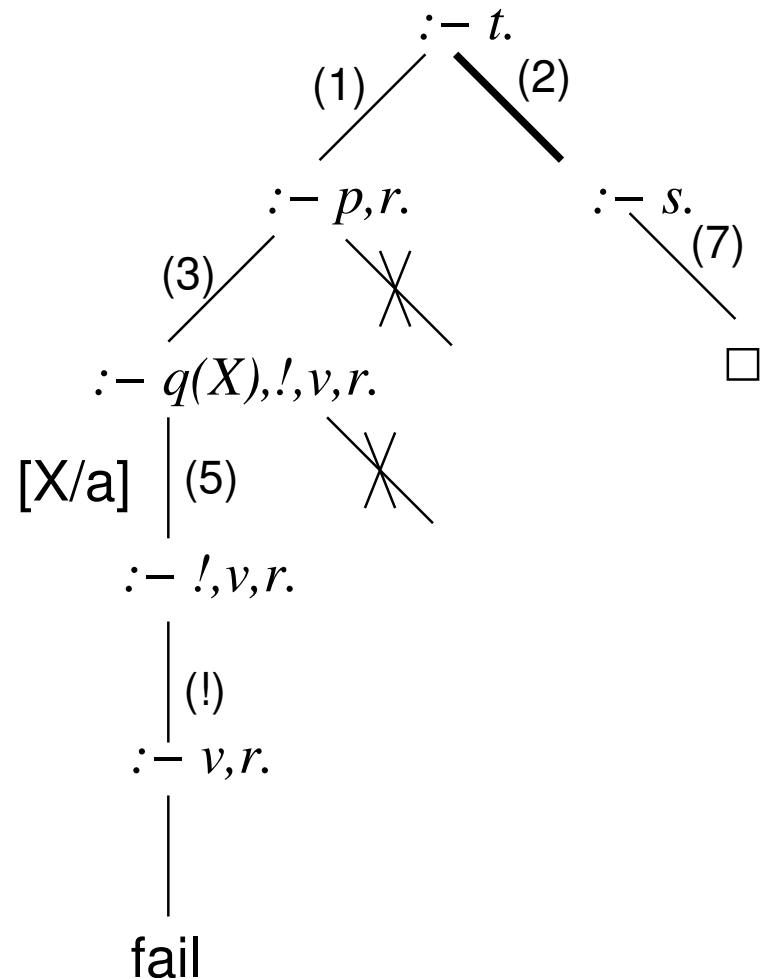
Řízení implementace: řez

- řez se syntakticky chová jako kterýkoliv jiný literál
- nemá ale žádnou deklarativní sémantiku
- místo toho **mění implementaci programu**
- $p :- q, !, v.$
 - snažíme se splnit q
 - pokud uspěji
 - ⇒ přeskočím řez a pokračuji jako by tam řez nebyl
 - pokud ale **neuspěji (a tedy i při backtrackingu) a vracím se přes řez**
 - ⇒ **vracím se až na rodiče** $: - p.$ a zkouším další větev
 - ⇒ nezkouším tedy další možnosti, jak splnit p upnutí
 - ⇒ a nezkouším ani další možnosti, jak splnit q v SLD-stromu ořezání



Příklad: řez

- | | |
|--------------------|-----|
| $t : -p, r.$ | (1) |
| $t : -s.$ | (2) |
| $p : -q(X), !, v.$ | (3) |
| $p : -u, w.$ | (4) |
| $q(a).$ | (5) |
| $q(b).$ | (6) |
| $s.$ | (7) |
| $u.$ | (8) |



Příklad: řez II

$$a(X) : -b(X, Y), !, c(Y). \quad (1)$$

$$a(X) : -c(X). \quad (2)$$

$$b(2, 3). \quad (3)$$

$$b(1, 2). \quad (4)$$

$$c(2). \quad (5)$$

$$s(X) : -a(X). \quad (6)$$

$$s(X) : -p(X). \quad (7)$$

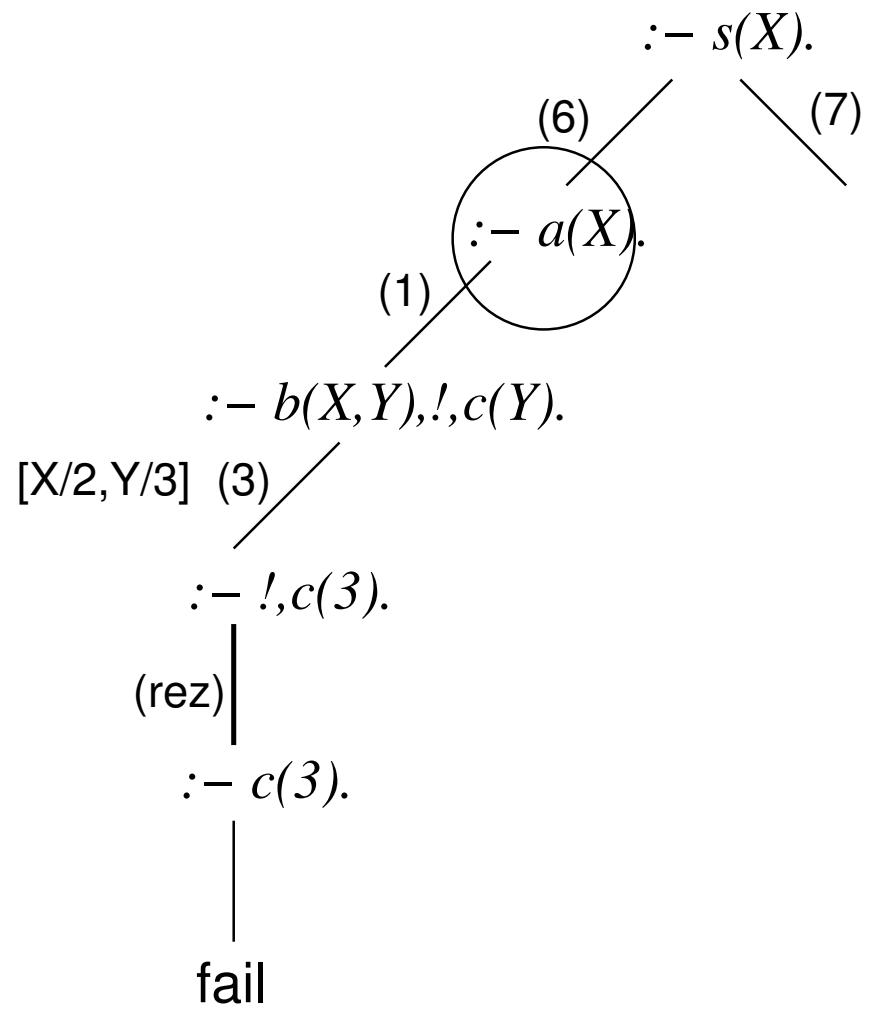
$$p(B) : -q(A, B), r(B). \quad (8)$$

$$p(A) : -q(A, A). \quad (9)$$

$$q(a, a). \quad (10)$$

$$q(a, b). \quad (11)$$

$$r(b). \quad (12)$$



Příklad: řez III

$a(X) :- b(X, Y), c(Y), !.$

(1)

$a(X) :- c(X).$

(2)

$b(2, 3).$

(3)

$b(1, 2).$

(4)

$c(2).$

(5)

$s(X) :- a(X).$

(6)

$s(X) :- p(X).$

(7)

$p(B) :- q(A, B), r(B).$

(8)

$p(A) :- q(A, A).$

(9)

$q(a, a).$

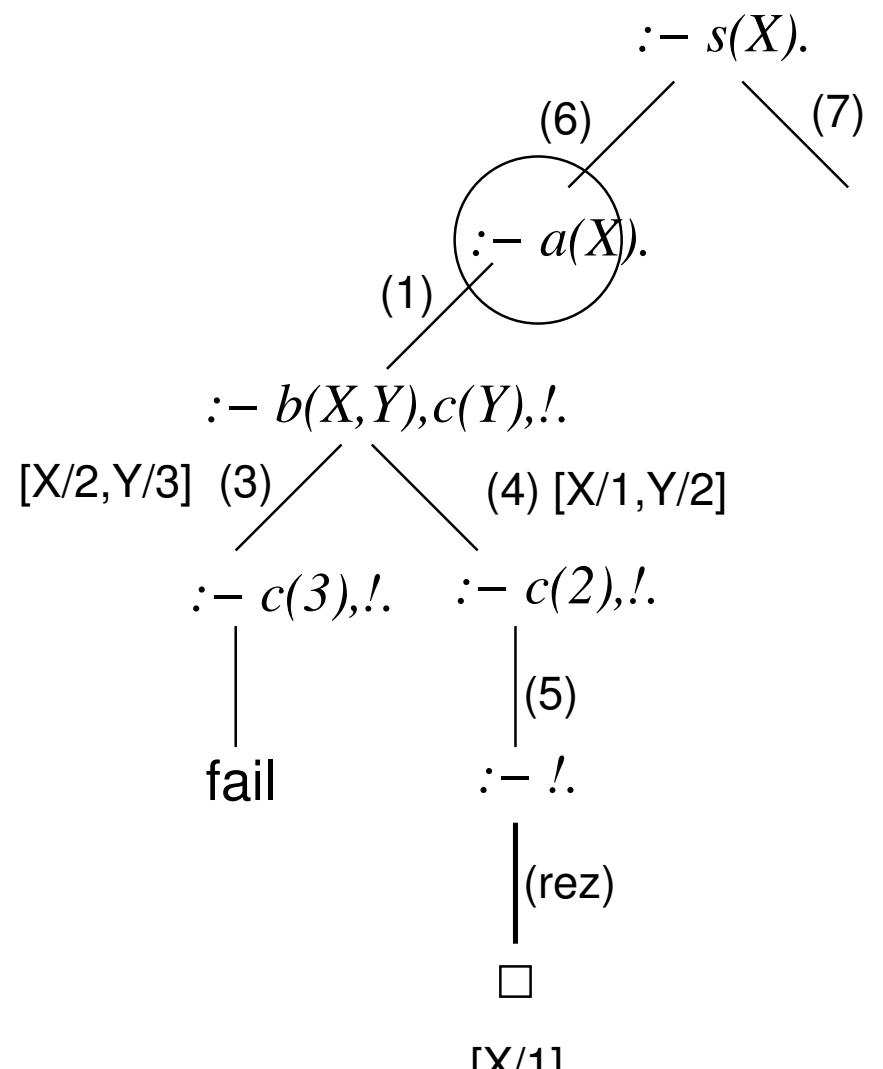
(10)

$q(a, b).$

(11)

$r(b).$

(12)



Negace v logickém programování

Negativní znalost

- logické programy vyjadřují **pozitivní znalost**
- **negativní literály:** pozice určena definicí Hornových klauzulí
 - ⇒ nelze vydavit **negativní** informaci z logického programu
 - každý predikát definuje úplnou relaci
 - negativní literál **není** logickým důsledkem programu

Negativní znalost

- logické programy vyjadřují **pozitivní znalost**
- **negativní literály:** pozice určena definicí Hornových klauzulí
 - ⇒ nelze vydavit **negativní** informaci z logického programu
 - každý predikát definuje úplnou relaci
 - negativní literál **není** logickým důsledkem programu
- relace vyjádřeny explicitně v nejmenším Herbrandově modelu
 - $nad(X, Y) :- \neg na(X, Y).$ $na(c, b).$
 - $nad(X, Y) :- \neg na(X, Z), nad(Z, Y).$ $na(b, a).$
 - nejmenší Herbrandův model: $\{na(b, a), na(c, b), nad(b, a), nad(c, b), nad(c, a)\}$

Negativní znalost

- logické programy vyjadřují **pozitivní znalost**
- **negativní literály:** pozice určena definicí Hornových klauzulí
 - ⇒ nelze vydavit **negativní** informaci z logického programu
 - každý predikát definuje úplnou relaci
 - negativní literál **není** logickým důsledkem programu
- relace vyjádřeny explicitně v nejmenším Herbrandově modelu
 - $nad(X, Y) : \neg na(X, Y).$ $na(c, b).$
 - $nad(X, Y) : \neg na(X, Z), nad(Z, Y).$ $na(b, a).$
 - nejmenší Herbrandův model: $\{na(b, a), na(c, b), nad(b, a), nad(c, b), nad(c, a)\}$
- ani program ani model nezahrnují negativní informaci
 - a není nad c , a není na c
 - i v realitě je negativní informace vyjadřena explicitně zřídka, např. jízdní řád

Předpoklad uzavřeného světa

- neexistence informace chápána jako opak:
předpoklad uzavřeného světa (*closed world assumption, CWA*)
- převzato z databází
- určitý vztah platí **pouze** když je vyvoditelný z programu.
- „odvozovací pravidlo“ (A je (uzavřený) term):
$$\frac{P \not\models A}{\neg A} \quad (\text{CWA})$$

Předpoklad uzavřeného světa

- neexistence informace chápána jako opak:
předpoklad uzavřeného světa (*closed world assumption, CWA*)
- převzato z databází
- určitý vztah platí **pouze** když je vyvoditelný z programu.
- „odvozovací pravidlo“ (A je (uzavřený) term):
$$\frac{P \not\models A}{\neg A} \quad (\text{CWA})$$
- pro SLD-rezoluci: $P \not\models nad(a, c)$, tedy lze podle CWA odvodit $\neg nad(a, c)$

Předpoklad uzavřeného světa

- neexistence informace chápána jako opak:
předpoklad uzavřeného světa (*closed world assumption, CWA*)
- převzato z databází
- určitý vztah platí **pouze** když je vyvoditelný z programu.
- „odvozovací pravidlo“ (A je (uzavřený) term):
$$\frac{P \not\models A}{\neg A} \quad (\text{CWA})$$
- pro SLD-rezoluci: $P \not\models nad(a, c)$, tedy lze podle CWA odvodorit $\neg nad(a, c)$
- problém: není rozhodnutelné, zda daná atomická formule je logickým důsledkem daného logického programu.
 - nelze tedy určit, zda pravidlo CWA je aplikovatelné nebo ne
- CWA v logickém programování obecně nepoužitelná.

Negace jako neúspěch (*negation as failure*)

- slabší verze CWA: **definitivně neúspěšný (*finitely failed*) SLD-strom** cíle : $\neg A$
$$\frac{\text{: } \neg A \text{ má definitivně (konečně) neúspěšný SLD-strom}}{\neg A}$$
 (*negation as failure, NF*)
- **normální cíl**: cíl obsahující i negativní literály
 - : $\neg nad(c, a)$, $\neg nad(b, c)$.

Negace jako neúspěch (*negation as failure*)

- slabší verze CWA: **definitivně neúspěšný (*finitely failed*) SLD-strom** cíle : $\neg A$
$$\frac{\text{: } \neg A \text{ má definitivně (konečně) neúspěšný SLD-strom}}{\neg A}$$
 (*negation as failure, NF*)
- **normální cíl**: cíl obsahující i negativní literály
 - : $\neg nad(c, a)$, $\neg nad(b, c)$.
- rozdíl mezi CWA a NF
 - program $nad(X, Y) : \neg nad(X, Y)$, cíl : $\neg \neg nad(b, c)$
 - neexistuje odvození cíle podle NF, protože SLD-strom : $\neg nad(b, c)$ je nekonečný
 - existuje odvození cíle podle CWA, protože neexistuje vyvrácení : $\neg nad(b, c)$

Negace jako neúspěch (*negation as failure*)

- slabší verze CWA: **definitivně neúspěšný (*finitely failed*) SLD-strom** cíle : $\neg A$
$$\frac{\text{: } \neg A \text{ má definitivně (konečně) neúspěšný SLD-strom}}{\neg A}$$
 (*negation as failure, NF*)
- **normální cíl**: cíl obsahující i negativní literály
 - : $\neg nad(c, a)$, $\neg nad(b, c)$.
- rozdíl mezi CWA a NF
 - program $nad(X, Y) : \neg nad(X, Y)$, cíl : $\neg \neg nad(b, c)$
 - neexistuje odvození cíle podle NF, protože SLD-strom : $\neg nad(b, c)$ je nekonečný
 - existuje odvození cíle podle CWA, protože neexistuje vyvrácení : $\neg nad(b, c)$
- CWA i NF jsou nekorektní: A není logickým důsledkem programu P
- řešení: definovat programy tak, aby jejich důsledkem byly i negativní literály
zúplnění logického programu

Podstata zúplnění logického programu

- převod všech **if** příkazů v logickém programu na **iff**

- $nad(X, Y) :- \neg na(X, Y).$
- $nad(X, Y) :- \neg na(X, Z), nad(Z, Y).$
- lze psát jako: $nad(X, Y) :- (\neg na(X, Y)) \vee (\neg na(X, Z), nad(Z, Y)).$
- zúplnění: $nad(X, Y) \leftrightarrow (\neg na(X, Y)) \vee (\neg na(X, Z), nad(Z, Y)).$

Podstata zúplnění logického programu

- převod všech **if** příkazů v logickém programu na **iff**

- $nad(X, Y) :- \neg na(X, Y).$
- $nad(X, Y) :- \neg na(X, Z), nad(Z, Y).$
- lze psát jako: $nad(X, Y) :- (\neg na(X, Y)) \vee (\neg na(X, Z), nad(Z, Y)).$
- zúplnění: $nad(X, Y) \leftrightarrow (\neg na(X, Y)) \vee (\neg na(X, Z), nad(Z, Y)).$
- X je nad Y **právě tehdy, když alespoň jedna z podmínek platí**
- tedy **pokud žádná z podmínek neplatí, X není nad Y**

Podstata zúplnění logického programu

• převod všech **if** příkazů v logickém programu na **iff**

- $nad(X, Y) :- \neg na(X, Y).$
- $nad(X, Y) :- \neg na(X, Z), nad(Z, Y).$
- lze psát jako: $nad(X, Y) :- (\neg na(X, Y)) \vee (\neg na(X, Z), nad(Z, Y)).$
- zúplnění: $nad(X, Y) \leftrightarrow (\neg na(X, Y)) \vee (\neg na(X, Z), nad(Z, Y)).$
- X je nad Y **právě tehdy, když alespoň jedna z podmínek platí**
- tedy **pokud žádná z podmínek neplatí, X není nad Y**

• kombinace klauzulí je možná pouze pokud mají identické hlavy

- $na(c, b).$
- $na(b, a).$
- lze psát jako: $na(X_1, X_2) :- X_1 = c, X_2 = b.$
 $na(X_1, X_2) :- X_1 = b, X_2 = a.$
- zúplnění: $na(X_1, X_2) \leftrightarrow (X_1 = c, X_2 = b) \vee (X_1 = b, X_2 = a).$

Zúplnění programu

- **Zúplnění programu P** je: $\text{comp}(P) := \text{IFF}(P) \cup \text{CET}$
- Základní vlastnosti:
 - $\text{comp}(P) \vDash P$
 - do programu je přidána pouze negativní informace

Zúplnění programu

- **Zúplnění programu P** je: $\text{comp}(P) := \text{IFF}(P) \cup \text{CET}$
- Základní vlastnosti:
 - $\text{comp}(P) \vDash P$
 - do programu je přidána pouze negativní informace
- **IFF(P)**: spojka : – v $\text{IF}(P)$ je nahrazena spojkou \leftrightarrow
- **IF(P)**: množina všech formulí $\text{IF}(q, P)$
pro všechny predikátové symboly q v programu P
- Cíl: definovat $\text{IF}(q, P)$
- **def(p/n)** predikátu p/n je množina všech klauzulí predikátu p/n

IF(q, P)

$$na(X_1, X_2) : -\exists Y (X_1 = c, X_2 = b, f(Y)) \vee (X_1 = b, X_2 = a, g).$$

- q/n predikátový symbol programu P $na(c, b) : -f(Y).$ $na(b, a) : -g.$
- X_1, \dots, X_n jsou „nové“ proměnné, které se nevyskytují nikde v P
- Necht' C je klauzule ve tvaru

$$q(t_1, \dots, t_n) : -L_1, \dots, L_m$$

kde $m \geq 0$, t_1, \dots, t_n jsou termy a L_1, \dots, L_m jsou literály.

Pak označme $E(C)$ výraz $\exists Y_1, \dots, Y_k (X_1 = t_1, \dots, X_n = t_n, L_1, \dots, L_m)$

kde Y_1, \dots, Y_k jsou všechny proměnné v $C.$

IF(q, P)

$$na(X_1, X_2) : -\exists Y (X_1 = c, X_2 = b, f(Y)) \vee (X_1 = b, X_2 = a, g).$$

- q/n predikátový symbol programu P $na(c, b) : -f(Y).$ $na(b, a) : -g.$

- X_1, \dots, X_n jsou „nové“ proměnné, které se nevyskytují nikde v P

- Necht' C je klauzule ve tvaru

$$q(t_1, \dots, t_n) : -L_1, \dots, L_m$$

kde $m \geq 0$, t_1, \dots, t_n jsou termy a L_1, \dots, L_m jsou literály.

Pak označme $E(C)$ výraz $\exists Y_1, \dots, Y_k (X_1 = t_1, \dots, X_n = t_n, L_1, \dots, L_m)$

kde Y_1, \dots, Y_k jsou všechny proměnné v C .

- Necht' $def(q/n) = \{C_1, \dots, C_j\}.$

Pak formuli IF(q, P) získáme následujícím postupem:

$$q(X_1, \dots, X_n) : -E(C_1) \vee E(C_2) \vee \dots \vee E(C_j) \text{ pro } j > 0 \text{ a}$$

$$q(X_1, \dots, X_n) : -\square \text{ pro } j = 0 [q/n není v programu } P]$$

Clarkova Teorie Rovnosti (CET)

všechny formule jsou univerzálně kvantifikovány:

1. $X = X$
2. $X = Y \rightarrow Y = X$
3. $X = Y \wedge Y = Z \rightarrow X = Z$
4. pro každý f/m : $X_1 = Y_1 \wedge \dots \wedge X_m = Y_m \rightarrow f(X_1, \dots, X_m) = f(Y_1, \dots, Y_m)$
5. pro každý p/m : $X_1 = Y_1 \wedge \dots \wedge X_m = Y_m \rightarrow (p(X_1, \dots, X_m) \rightarrow p(Y_1, \dots, Y_m))$
6. pro všechny různé f/m a g/n , $(m, n \geq 0)$: $f(X_1, \dots, X_m) \neq g(Y_1, \dots, Y_n)$
7. pro každý f/m : $f(X_1, \dots, X_m) = f(Y_1, \dots, Y_m) \rightarrow X_1 = Y_1 \wedge \dots \wedge X_m = Y_m$
8. pro každý term t obsahující X jako vlastní podterm: $t \neq X$

$X \neq Y$ je zkrácený zápis $\neg(X = Y)$

Korektnost a úplnost NF pravidla

- **Korektnost NF pravidla:** Necht' P logický program a : $\neg A$ cíl.

Jestliže : $\neg A$ má definitivně neúspěšný SLD-strom,

pak $\forall(\neg A)$ je logickým důsledkem $\text{comp}(P)$ (nebo-li $\text{comp}(P) \vDash \forall(\neg A)$)

Korektnost a úplnost NF pravidla

- **Korektnost NF pravidla:** Necht' P logický program a : $\neg A$ cíl.
Jestliže : $\neg A$ má definitivně neúspěšný SLD-strom,
pak $\forall(\neg A)$ je logickým důsledkem $\text{comp}(P)$ (nebo-li $\text{comp}(P) \vDash \forall(\neg A)$)
- **Úplnost NF pravidla:** Necht' P je logický program. Jestliže $\text{comp}(P) \vDash \forall(\neg A)$,
pak existuje definitivně neúspěšný SLD-strom : $\neg A$.
 - zůstává problém: není rozhodnutelné, zda daná atomická formule je logickým důsledkem daného logického programu.
 - teorém mluví pouze o **existenci** definitivně neúspěšného SLD-stromu
 - definitivně (konečně) neúspěšný SLD-strom sice existuje, ale nemusíme ho nalézt
 - např. v Prologu: může existovat konečné odvození, ale program přesto cyklí (Prolog nenajde definitivně neúspěšný strom)

Korektnost a úplnost NF pravidla

- **Korektnost NF pravidla:** Necht' P logický program a : $\neg A$ cíl.
Jestliže : $\neg A$ má definitivně neúspěšný SLD-strom,
pak $\forall(\neg A)$ je logickým důsledkem $\text{comp}(P)$ (nebo-li $\text{comp}(P) \models \forall(\neg A)$)
- **Úplnost NF pravidla:** Necht' P je logický program. Jestliže $\text{comp}(P) \models \forall(\neg A)$,
pak existuje definitivně neúspěšný SLD-strom : $\neg A$.
 - zůstává problém: není rozhodnutelné, zda daná atomická formule je logickým důsledkem daného logického programu.
 - teorém mluví pouze o **existenci** definitivně neúspěšného SLD-stromu
 - definitivně (konečně) neúspěšný SLD-strom sice existuje, ale nemusíme ho nalézt
 - např. v Prologu: může existovat konečné odvození, ale program přesto cyklí (Prolog nenajde definitivně neúspěšný strom)
- Odvození pomocí NF pouze **test**, nelze **konstruovat** výslednou substituci
 - v $(\text{comp}(P) \models \forall(\neg A))$ je A všeob. kvantifikováno, v $\forall(\neg A)$ nejsou volné proměnné

Normální a stratifikované programy

- **normální program:** obsahuje negativní literály v pravidlech
- problém: existence zúplnění, která nemají žádný model
 - $p : -\neg p.$ zúplnění: $p \leftrightarrow \neg p$
- rozdelení programu na vrstvy
 - vynucují použití negace relace pouze tehdy pokud je relace úplně definovaná

Normální a stratifikované programy

- **normální program:** obsahuje negativní literály v pravidlech
- problém: existence zúplnění, která nemají žádný model
 - $p : -\neg p.$ zúplnění: $p \leftrightarrow \neg p$
- rozdelení programu na vrstvy
 - vynucují použití negace relace pouze tehdy pokud je relace úplně definovaná
 - $a.$ $a.$
 $a : -\neg b, a.$ $a : -\neg b, a.$
 $b.$ $b : -\neg a.$

Normální a stratifikované programy

- **normální program:** obsahuje negativní literály v pravidlech
- problém: existence zúplnění, která nemají žádný model
 - $p : -\neg p.$ zúplnění: $p \leftrightarrow \neg p$
- rozdelení programu na vrstvy
 - vynucují použití negace relace pouze tehdy pokud je relace úplně definovaná
 - $a.$ $a.$
 $a : -\neg b, a.$ $a : -\neg b, a.$
 $b.$ $b : -\neg a.$
stratifikovaný není stratifikovaný

Normální a stratifikované programy

- normální program: obsahuje negativní literály v pravidlech
 - problém: existence zúplnění, která nemají žádný model
 - $p : -\neg p.$ zúplnění: $p \leftrightarrow \neg p$
 - rozdělení programu na vrstvy
 - vynucují použití negace relace pouze tehdy pokud je relace úplně definovaná
 - $a.$ $a.$
 $a : -\neg b, a.$ $a : -\neg b, a.$
 $b.$ $b : -\neg a.$
stratifikovaný není stratifikovaný
 - normální program P je **stratifikovaný**: množina predikátových symbolů programu lze rozdělit do disjunktních množin S_0, \dots, S_m ($S_i \equiv \text{stratum}$)
 - $p(\dots) : - \dots, q(\dots), \dots \in P, p \in S_k \Rightarrow q \in S_0 \cup \dots \cup S_k$
 - $p(\dots) : - \dots, \neg q(\dots), \dots \in P, p \in S_k \Rightarrow q \in S_0 \cup \dots \cup S_{k-1}$

Stratifikované programy II

- program je **m -stratifikovaný** $\Leftrightarrow m$ je nejmenší index takový,
že $S_0 \cup \dots \cup S_m$ je množina všech predikátových symbolů z P
- **Věta:** Zúplnění každého stratifikovaného programu má Herbrandův model.
 - $p : -\neg p.$ nemá Herbrandův model
 - $p : -\neg p.$ ale není stratifikovaný

Stratifikované programy II

- program je **m -stratifikovaný** $\Leftrightarrow m$ je nejmenší index takový,
že $S_0 \cup \dots \cup S_m$ je množina všech predikátových symbolů z P
- **Věta:** Zúplnění každého stratifikovaného programu má Herbrandův model.
 - $p : -\neg p.$ nemá Herbrandův model
 - $p : -\neg p.$ ale není stratifikovaný
- stratifikované programy nemusí mít **jedinečný** minimální Herbrandův model
 - $cykli : -\neg zastavi.$
 - dva minimální Herbrandovy modely: $\{cykli\}$, $\{zastavi\}$
 - důsledek toho, že $cykli : -\neg zastavi.$ je ekvivalentní $cykli \vee zastavi$

SLDNF rezoluce: úspěšné odvození

- NF pravidlo:
$$\frac{: - C \text{ má konečně neúspěšný SLD-strom}}{\neg C}$$
- Pokud máme negativní podcíl $\neg C$ v dotazu G , pak hledáme důkaz pro C
- **Pokud odvození C selže (strom pro C je konečně neúspěšný), pak je odvození G (i $\neg C$) celkově úspěšné**

nahore(X) : - \neg blokovany(X).

blokovany(X) : - na(Y, X).

na(a, b).

SLDNF rezoluce: úspěšné odvození

- NF pravidlo:
$$\frac{: - C \text{ má konečně neúspěšný SLD-strom}}{\neg C}$$
- Pokud máme negativní podcíl $\neg C$ v dotazu G , pak hledáme důkaz pro C
- **Pokud odvození C selže (strom pro C je konečně neúspěšný), pak je odvození G (i $\neg C$) celkově úspěšné**

nahore(X) :- \neg blokovany(X).

blokovany(X) :- na(Y,X).

na(a,b).

: - nahore(c).

yes

*:- nahore(c).
 |
 :- \neg blokovany(c).*

*:- blokovany(c).
 |
 :- na(Y,c).
 |
 FAIL*

\Rightarrow **uspěšné odvození**

SLDNF rezoluce: neúspěšné odvození

- NF pravidlo:
$$\frac{: - C \text{ má konečně neúspěšný SLD-strom}}{\neg C}$$
- Pokud máme negativní podcíl $\neg C$ v dotazu G , pak hledáme důkaz pro C
- **Pokud existuje vyvrácení C s prázdnou substitucí (strom pro C je konečně úspěšný), pak je odvození G (i $\neg C$) celkově neúspěšné**

nahore(X) : - \neg blokovany(X).

blokovany(X) : - na(Y, X).

na(_, _).

SLDNF rezoluce: neúspěšné odvození

- NF pravidlo:
$$\frac{: - C \text{ má konečně neúspěšný SLD-strom}}{\neg C}$$
- Pokud máme negativní podcíl $\neg C$ v dotazu G , pak hledáme důkaz pro C
- **Pokud existuje vyvrácení C s prázdnou substitucí (strom pro C je konečně úspěšný), pak je odvození G (i $\neg C$) celkově neúspěšné**

nahore(X) :- \neg blokovany(X).

blokovany(X) :- na(Y,X).

na(_, _).

: - nahore(X).

no

*:- nahore(X).
 |
 :- \neg blokovany(X).*

*:- blokovany(X).
 |
 :- na(Y,X).*



⇒ **neúspěšné odvození**

SLDNF rezoluce: uvázlé odvození

- NF pravidlo:
$$\frac{: - C \text{. má konečně neúspěšný SLD-strom}}{\neg C}$$
- Pokud máme negativní podcíl $\neg C$ v dotazu G , pak hledáme důkaz pro C
- **Pokud existuje vyvrácení C s neprázdnou substitucí (strom pro C je konečně úspěšný), pak je odvození G (i $\neg C$) uvázlé**

nahore(X) : - \neg blokovany(X).

blokovany(X) : - na(Y, X).

na(a, b).

SLDNF rezoluce: uvázlé odvození

- NF pravidlo:
$$\frac{: - C \text{ má konečně neúspěšný SLD-strom}}{\neg C}$$
- Pokud máme negativní podcíl $\neg C$ v dotazu G , pak hledáme důkaz pro C
- **Pokud existuje vyvrácení C s neprázdnou substitucí (strom pro C je konečně úspěšný), pak je odvození G (i $\neg C$) uvázlé**

nahore(X) :- \neg blokovany(X).

blokovany(X) :- na(Y,X).

na(a,b).

: - nahore(X).

:- nahore(X).

|
:- \neg blokovany(X).

:- blokovany(X).

|
:- na(Y,X).
|
[Y/a,X/b]



[X/b]

⇒ **uvázlé odvození**

Cvičení: SLDNF odvození

Napište množinu SLDNF odvození pro uvedený dotaz.

`:– a(B).`

`a(X) :- b(X), \+ c(X).`

`a(X) :- d(X), Y is X+1, \+ c(Y), b(X).`

`b(1).`

`c(A) :- d(A).`

`d(1).`

SLD⁺ odvození

- P je normální program, G_0 normální cíl, R selekční pravidlo:

SLD⁺-odvození G_0 je bud' konečná posloupnost

$$\langle G_0; C_0 \rangle, \dots, \langle G_{i-1}; C_{i-1} \rangle, G_i$$

nebo nekonečná posloupnost

$$\langle G_0; C_0 \rangle, \langle G_1; C_1 \rangle, \langle G_2; C_2 \rangle, \dots$$

kde v každém kroku $m + 1 (m \geq 0)$, R vybírá **pozitivní literál** v G_m a dospívá k G_{m+1} obvyklým způsobem.

SLD⁺ odvození

- P je normální program, G_0 normální cíl, R selekční pravidlo:

SLD⁺-odvození G_0 je bud' konečná posloupnost

$$\langle G_0; C_0 \rangle, \dots, \langle G_{i-1}; C_{i-1} \rangle, G_i$$

nebo nekonečná posloupnost

$$\langle G_0; C_0 \rangle, \langle G_1; C_1 \rangle, \langle G_2; C_2 \rangle, \dots$$

kde v každém kroku $m + 1 (m \geq 0)$, R vybírá **pozitivní literál** v G_m a dospívá k G_{m+1} obvyklým způsobem.

- konečné SLD⁺-odvození může být:

1. **úspěšné:** $G_i = \square$
2. **neúspěšné**
3. **blokované:** G_i je negativní (např. $\neg A$)

SLDNF rezoluce: pojmy

● Úroveň cíle

- P normální program, G_0 normální cíl, R selekční pravidlo:
úroveň cíle G_0 se rovná
 - **0** \Leftrightarrow žádné SLD⁺-odvození s pravidlem R není blokováno
 - **$k + 1$** \Leftrightarrow maximální úroveň cílů : $-A$,
které ve tvaru $\neg A$ blokují SLD⁺-odvození G_0 , je k
- nekonečná úroveň cíle: **blokované SLDNF odvození**

SLDNF rezoluce: pojmy

● Úroveň cíle

- P normální program, G_0 normální cíl, R selekční pravidlo:
úroveň cíle G_0 se rovná
 - **0** \Leftrightarrow žádné SLD⁺-odvození s pravidlem R není blokováno
 - **$k + 1$** \Leftrightarrow maximální úroveň cílů : $\neg A$,
které ve tvaru $\neg A$ blokují SLD⁺-odvození G_0 , je k
- nekonečná úroveň cíle: **blokované SLDNF odvození**
- **Množina SLDNF odvození** = $\{(\text{SLDNF odvození } G_0) \cup (\text{SLDNF odvození} : \neg A)\}$
- při odvozování G_0 jsme se dostali k cíli $\neg A$
- SLDNF odvození cíle G ?

SLDNF rezoluce

P normální program, G_0 normální cíl, R selekční pravidlo:

množina SLDNF odvození a podmnožina neúspěšných SLDNF odvození cíle G_0

jsou takové nejmenší množiny, že:

- každé **SLD⁺-odvození** G_0 je SLDNF odvození G_0
- je-li SLD⁺-odvození $\langle G_0; C_0 \rangle, \dots, G_i \rangle$ **blokováno na** $\neg A$
 - tj. G_i je tvaru : $- L_1, \dots, L_{m-1}, \neg A, L_{m+1}, \dots, L_n$

pak

SLDNF rezoluce

P normální program, G_0 normální cíl, R selekční pravidlo:

množina SLDNF odvození a podmnožina neúspěšných SLDNF odvození cíle G_0

jsou takové nejmenší množiny, že:

- každé **SLD⁺-odvození** G_0 je SLDNF odvození G_0
- je-li SLD⁺-odvození $\langle G_0; C_0 \rangle, \dots, G_i \rangle$ **blokováno na** $\neg A$
 - tj. G_i je tvaru : $- L_1, \dots, L_{m-1}, \neg A, L_{m+1}, \dots, L_n$

pak

- **existuje-li SLDNF odvození** : $\neg A$ (pod R) s prázdnou cílovou substitucí, pak $\langle G_0; C_0 \rangle, \dots, G_i \rangle$ je **neúspěšné SLDNF odvození**

SLDNF rezoluce

P normální program, G_0 normální cíl, R selekční pravidlo:

množina SLDNF odvození a podmnožina neúspěšných SLDNF odvození cíle G_0

jsou takové nejmenší množiny, že:

- každé **SLD⁺-odvození** G_0 je SLDNF odvození G_0
- je-li SLD⁺-odvození $\langle G_0; C_0 \rangle, \dots, G_i \rangle$ **blokováno na** $\neg A$
 - tj. G_i je tvaru : $- L_1, \dots, L_{m-1}, \neg A, L_{m+1}, \dots, L_n$

pak

- **existuje-li SLDNF odvození** : $\neg A$ (pod R) s prázdnou cílovou substitucí, pak $\langle G_0; C_0 \rangle, \dots, G_i \rangle$ je **neúspěšné SLDNF odvození**
- je-li **každé úplné SLDNF odvození** : $\neg A$ (pod R) **neúspěšné** pak $\langle G_0; C_0 \rangle, \dots, \langle G_i, \epsilon \rangle, (: - L_1, \dots, L_{m-1}, L_{m+1}, \dots, L_n) \rangle$ je **(úspěšné) SLDNF odvození cíle** G_0
 - ϵ označuje prázdnou cílovou substituci

Typy SLDNF odvození

Konečné SLDNF-odvození může být:

1. **úspěšné**: $G_i = \square$

2. **neúspěšné**

3. **uvázlé (*flounder*)**:

G_i je negativní ($\neg A$) a : $\neg A$ je úspěšné **s neprázdnou cílovou substitucí**

4. **blokované**: G_i je negativní ($\neg A$) a : $\neg A$ nemá konečnou úroveň.

Korektnost a úplnost SLDNF odvození

- **korektnost SLDNF-odvození:**

P normální program, $: -G$ normální cíl a R je selekční pravidlo:
je-li θ cílová substituce SLDNF-odvození cíle $: -G$, pak
 $G\theta$ je logickým důsledkem $\text{comp}(P)$

Korektnost a úplnost SLDNF odvození

● korektnost SLDNF-odvození:

P normální program, $: -G$ normální cíl a R je selekční pravidlo:
je-li θ cílová substituce SLDNF-odvození cíle $: -G$, pak
 $G\theta$ je logickým důsledkem $\text{comp}(P)$

- implementace SLDNF v Prologu není korektní
- Prolog neřeší uvázlé SLDNF-odvození (neprázdná substituce)
- použití bezpečných cílů (negace neobsahuje proměnné)

Korektnost a úplnost SLDNF odvození

● korektnost SLDNF-odvození:

P normální program, $: -G$ normální cíl a R je selekční pravidlo:
je-li θ cílová substituce SLDNF-odvození cíle $: -G$, pak
 $G\theta$ je logickým důsledkem $\text{comp}(P)$

- implementace SLDNF v Prologu není korektní
- Prolog neřeší uvázlé SLDNF-odvození (neprázdná substituce)
- použití bezpečných cílů (negace neobsahuje proměnné)

● úplnost SLDNF-odvození: SLDNF-odvození **není** úplné

- pokud existuje konečný neúspěšný strom $: -A$, pak $\neg A$ platí
ale místo toho se odvozování $: -A$ může zacyklit, tj. SLDNF rezoluce $\neg A$ neodvodí
 $\Rightarrow \neg A$ tedy sice platí, ale SLDNF rezoluce ho nedokáže odvodit