

# Systemová dynamika II

Radek Pelánek

# Obsah

- 1 Základní módy chování
- 2 Modelovací typy
  - Vzory
  - Další prvky
- 3 Simulace, analýza
  - Cíle
  - Analýza citlivosti
  - Zkoumání vlivu parametrů

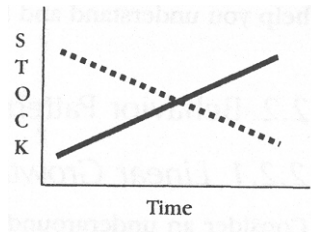
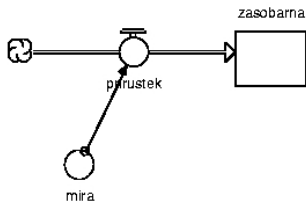
# Základní módy chování

- dobré dílo (viz např. dům):
  - málokdy úžasné nové základní díly
  - spíš dobrá kombinace osvědčených dílů
- modelování – základní módy chování

# Základní módy

- 1 lineární vývoj
- 2 exponenciální vývoj
- 3 logistický vývoj
- 4 přestřel a kolaps
- 5 oscilace

# Lineární vývoj



charakteristika

zpětná vazba

diff. rovnice

explicitní řešení

příklad

změna konstantní rychlostí

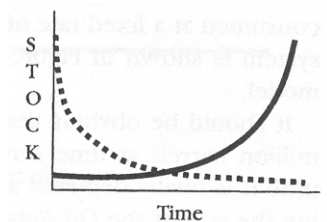
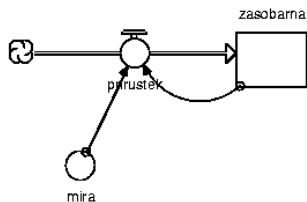
žádná

$$dR/dt = k$$

$$R(t) = R_0 + kt$$

fixní čerpání neobnovitelného zdroje

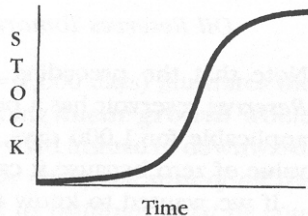
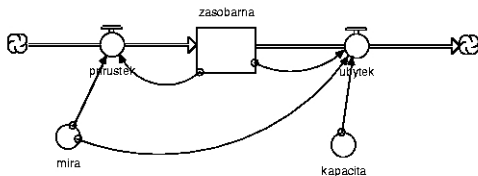
# Exponenciální vývoj



charakteristika  
zpětná vazba  
diff. rovnice  
explicitní řešení  
příklad

rychlost změn úměrná velikosti zásobárny  
pozitivní zpětná vazba  
$$\frac{dR}{dt} = k \cdot R(t)$$
$$R(t) = R_0 \cdot e^{kt}$$
populační růst při neomezených zdrojích

# Logistický vývoj



charakteristika

nejdříve exponenciální růst, následovaný přibližováním k rovnováze (kapacita  $C$ )

zpětná vazba

kombinace pozitivní a negativní zpětné vazby

diff. rovnice

$\frac{dR}{dt} = k(t) \cdot R(t)$ , kde  $k(t) = k_0 \cdot \left(1 - \frac{R(t)}{C}\right)$

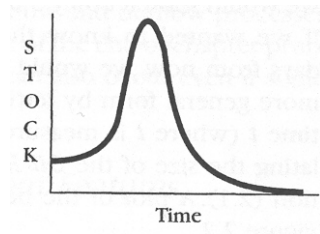
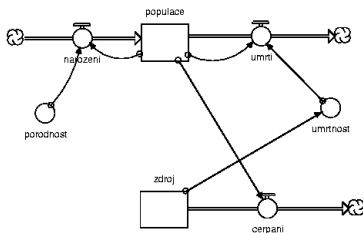
explicitní řešení

$R(t) = \frac{C}{1 + A e^{-k_0 t}}$ , kde  $A = \frac{C - R_0}{R_0}$

příklad

populační růst s fixními zdroji, epidemie (vyléčitelná nemoc), šíření informací

# Přestřel a kolaps



charakteristika

zpětná vazba

diff. rovnice

příklad

dvě zásobárny, jeden neobnovitelný, druhý na něm závisí a spotřebovává jej

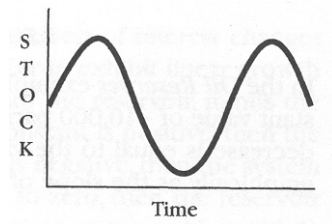
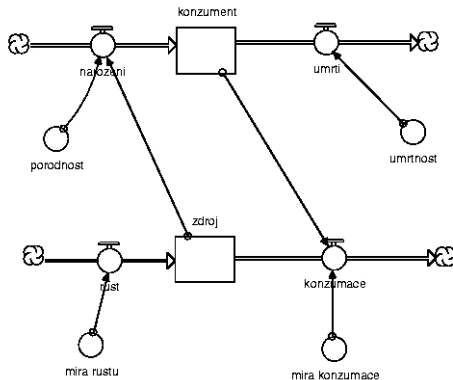
kombinace pozitivní a negativní zpětné vazby

-

populační růst s neobnovitelnými zdroji, epidemie (nevyléčitelná nemoc)



# Oscilace



# Oscilace (pokračování)

charakteristika      dvě vzájemně závislé zásobárny (Consument  $C$ , R  
source  $R$ )

zpětná vazba      negativní zpětná vazba (se zpožděním)

diff. rovnice       $dC/dt = k_G R(t) - k_D$   
 $dR/dt = k_W - k_Q C(t)$

rovnováha       $C = \frac{k_W}{k_Q}$ ,  $R = \frac{k_D}{k_G}$

příklad      dravec-kořist, konzument a obnovitelný zdroj, reg  
lace teploty

Vysvětlivky:  $k_G$ : růst konzumenta,  $k_D$ : úmrtí konzumenta,  $k_W$ :  
růst zdroje,  $k_Q$ : konzumace zdroje

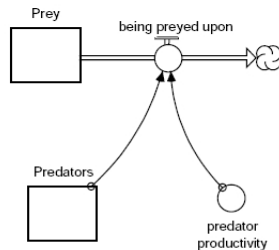
# Návrhové vzory

Často používané prvky v modelech.

- externí zdroj
- souběžný tok
- vyčerpávající tok
- přizpůsobovací tok
- násobící tok

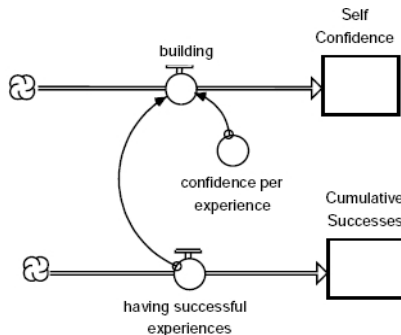
# Externí zdroj

Nějaká jiná zásobárna, než ke které je tok připojen, je zdrojem tohoto toku. Tato zásobárna má přidruženou produktivitu, která určuje velikost toku.



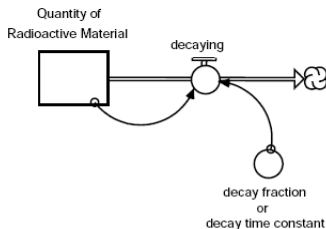
$$\begin{array}{lll} \text{being preyed upon} & = & \text{Predators} * \text{predator productivity} \\ \text{(prey/time)} & & \text{(predators)} \quad \text{(prey/predator/time)} \end{array}$$

# Souběžný tok



$$\begin{array}{lll}
 \text{building} & = & \text{having successful experiences} * \text{confidence per experience} \\
 (\text{confidence/time}) & & (\text{experiences/time}) \quad (\text{confidence/experience})
 \end{array}$$

# Vyčerpávající tok

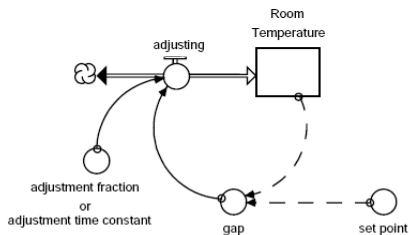


$$\begin{array}{lcl} \text{decaying} & = & \text{Quantity of Radioactive Material} * \text{decay fraction} \\ \text{(material/time)} & & \text{(material)} \quad \text{(fraction/time)} \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} \text{decaying} & = & \text{Quantity of Radioactive Material} / \text{decay time constant} \\ \text{(material/time)} & & \text{(material)} \quad \text{(time)} \end{array}$$

Vyčerpávající tok reprezentuje pasivní rozklad nějaké zásobárny. Velikost toku je úměrná zásobárně, ze které proudí.

# Přizpůsobovací tok

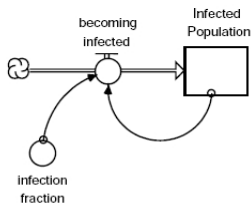


$$\begin{array}{lcl} \text{adjusting} & = & \text{gap} * \text{adjustment fraction} \\ \text{(degrees/time)} & & \text{(degrees)} \quad \text{(fraction/time)} \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} \text{adjusting} & = & \text{gap} / \text{adjustment time constant} \\ \text{(degrees/time)} & & \text{(degrees)} \quad \text{(time)} \end{array}$$

Přizpůsobovací tok využíváme, pokud se obsah zásobárny přizpůsobuje nějakému zadané cílové hodnotě (zadané jinou zásobárnou nebo parametrem).

# Násobící tok



$$\begin{array}{lll} \text{becoming infected} & = & \text{Infected Population} * \text{infection fraction} \\ \text{(people/time)} & & \text{(people)} \quad \text{(people/person/time)} \end{array}$$

Násobící tok používáme pro sebe-urychlující růstové procesy. Tok je generován zásobárnou, do které proudí.



# Zpoždění

Zdroje zpoždění:

- měření informací o systému (např. detekce znečištění)
- rozhodování
- implementace, realizace změn

Realizace: např. DELAY funkce

# Fronty a spol.

Lze uvažovat i sofistikovanější typy zásobáren (než základní, které umožňují pouze držet jednu hodnotu), např. software Stella umožňuje:

- dopravní pás (conveyor) – co do něj vejde, to (za nějaký čas) zase vyjede; využití např. pro zpoždění
- fronta (queue), trouba (oven) – užitečné pro „Discrete even modeling“, mimo náš záběr

# Kvízová otázka

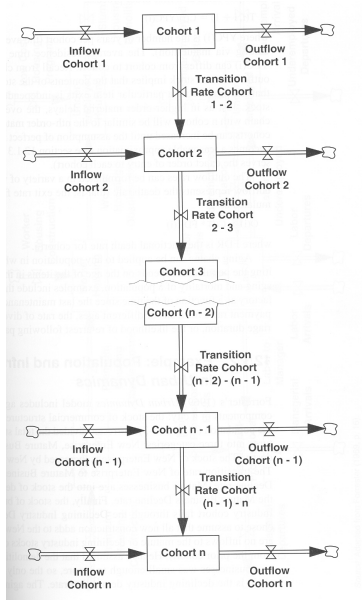
- populační dynamika
- země s vysokou porodností a relativně nízkou úmrtností (tj. prudký růst populace)
- představme si, že porodnost prudce klesne na cca 2 děti/ženu
- jak bude vypadat vývoj velikosti populace?

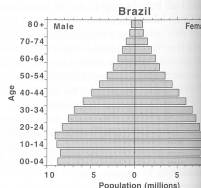
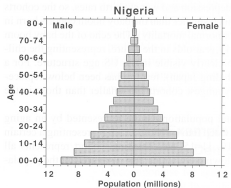
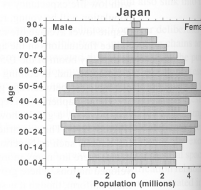
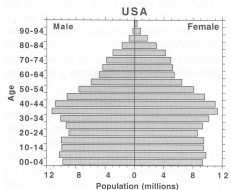
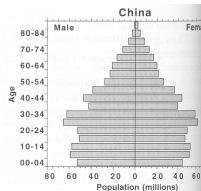
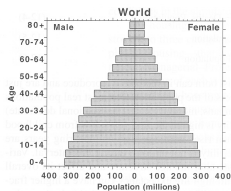
# Rozklad zásobáren

(disaggregation of stocks, age cohorts)

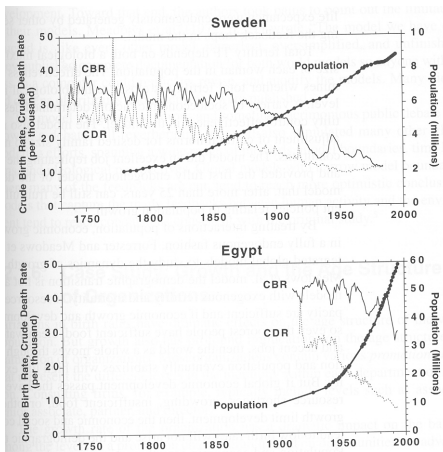
Typickým modelovacím prvkem je rozklad určité zásobárny na několik podzásobáren, kterými elementy sekvenčně prochází.

- populace: věkové skupiny
- zaměstnanci: postavení ve firmě, akademické tituly
- CFC, pesticidy
- finance: solventnost klientů





# Demografický přechod



# Cíle analýzy

- Je (jak moc) model správný/vhodný/použitelný... ?
- Jakou roli hrají jednotlivé prvky modelu?
- Které prvky modelu mají největší vliv na jeho chování?
- Jaké je chování modelu za změněných (měnících se) podmínek?



# Kontrola validity

- **strukturní validita**: kontrola, že vztahy definované v modelu odpovídají vztahům v reálném systému
- **prediktivní validita**: chování modelu odpovídá chování systému
  - základní (chování modelu se základními parametry)
  - rovnováha (pokud můžeme analyticky odvodit podmínky pro rovnováhu, vyzkoušíme, zda za těchto podmínek model opravdu vykazuje rovnovážné chování)
  - run-away
- **retrodikce**: spustíme model v časovém intervalu o kterém víme, jaké v něm bylo chování systémů a kontrolujeme, zda odpovídá

# Analýza citlivosti

= *sensitivity analysis*

- určení **vlivu parametrů** (vnějších, exogenous) na chování modelu
- jak moc jednotlivé parametry ovlivňují chování modelu
- jak moc hodnoty, které jsme odhadli, ovlivňují chování modelu, a jak moc obdržené chování závisí na správnosti našeho odhadu?
- které parametry mají vysoký a které nízký vliv na chování modelu (high-leverage, low-leverage)? (důležité pro návrh „politik“ pro změnu chování popisovaného systému)

# Příklad

- tři běhy s různými hodnotami jednoho z parametrů
- parametr s vysokým vlivem: ovlivňuje výrazně velikost sledované zásobárny i její průběh (přítomnost/absence oscilací)

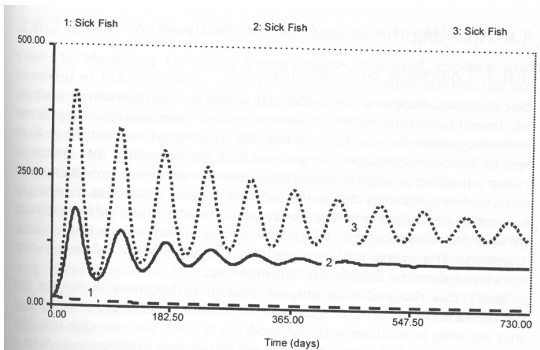


FIGURE 3.10. Results of the sensitivity runs for recovery time where #1 = 4.5-day recovery time, #2 = 9-day recovery time, #3 = 13.5-day recovery time.

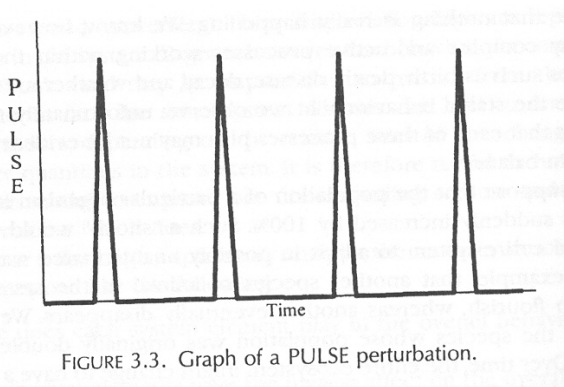
# Změny hodnot parametrů

Zkoumáme, jak se chová model za změněných/měnících se podmínek. Cílem těchto pokusů může být:

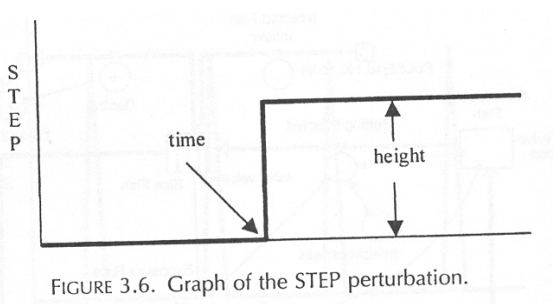
- zkoumat vliv různých „politik“ na chování systémů (policy analysis)
- zkoumat robustnost modelu (zda se chová „rozumně“ i za jiných podmínek)

Příklady experimentů (změna určitého parametru během simulace): Puls, Ramp, Step

# Puls



# Step



# Ramp

