

## Úkoly

U všech následujících trojic rozhodněte, zda se jedná o okruh, obor integrity a těleso.

- $(\mathbb{R}^+, \cdot, +)$ , kde  $\mathbb{R}^+$  jsou kladná reálná čísla,  $+$  je klasické sčítání a  $\cdot$  klasické násobení reálných čísel. Všimněte si pořadí těchto operací.
- $(2^A, \div, \cap)$ , kde  $A$  je libovolná množina, operace  $\cap$  průnik dvou množin a operace  $\div$  je definovaná následujícím předpisem pro každé  $B, C \subseteq A$ :

$$B \div C = (B \setminus C) \cup (C \setminus B)$$

- $(\text{Aff}(\mathbb{R}), +, \cdot)$ .  $\text{Aff}(\mathbb{R})$  je množina všech afinních funkcí  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , tj:

$$\text{Aff}(\mathbb{R}) = \{f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \mid \exists a, b \in \mathbb{R} : f(x) = ax + b\}$$

Operace  $+$  a  $\cdot$  jsou operace sčítání a násobení funkcí definované po složkách:

$$(f + g)(x) = f(x) + g(x) \quad \text{a} \quad (f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x)$$

Při práci můžete využívat znalost toho, co jsme ukázali na cvičení, a sice že struktura  $(\mathbb{R}^{\mathbb{R}}, +, \cdot)$  je komutativní okruh.

- $(\text{Aff}(\mathbb{R}), +, \circ)$ , kde  $\circ$  je tentokrát skládání funkcí, tj. pro libovolné funkce  $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  máme funkci  $f \circ g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definovanou předpisem pro každé  $x \in \mathbb{R}$ :

$$(f \circ g)(x) = f(g(x))$$