

$x \equiv 10 \pmod{13} \Rightarrow x = 10 + 13k$
 $x \equiv 3 \pmod{12} \Rightarrow 10 + 13k \equiv 3 \pmod{12}$
 $x \equiv 0 \pmod{11}$

$k \equiv 7 \pmod{12}$
 $k \equiv 5 \pmod{12}$
 $k = 5 + 12s$

$x = 10 + 13 \cdot (5 + 12s) = 75 + 156s$

$75 + 156s \equiv 0 \pmod{11}$
 $46s \equiv 2 \pmod{11}$
 $2s \equiv 2 \pmod{11}$
 $s \equiv 1 \pmod{11}$

$s = 1 + 11t$

$x = 75 + 156 \cdot (1 + 11t)$
 $= 231 + 1716t$

2 18-19:10

$Q(4+5) = \varphi(3 \cdot 5 \cdot 7^2) = 2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 7 = 8 \cdot 42 = 336$
 $435 = 3 \cdot 145$
 $= 3 \cdot 5 \cdot 49$
 $= 3 \cdot 5 \cdot 7^2$

$13^{11} \neq (13^4)^3$
 $13^{11} \neq 13^{12}$

$13^{11} \equiv x \pmod{10}$
 $3^{11} \equiv x \pmod{10}$

$5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$

$71^5 \equiv 1 \pmod{4}$
 $(-1)^5 \equiv -1 \pmod{4}$
 $-1 \equiv 3 \pmod{4}$

$x \equiv 3 \pmod{10}$
 $x \equiv 7 \pmod{10}$

2 18-19:16

$2^{10} + 5^{10} + 5^{10} \equiv x \pmod{34}$
 $2^{10} = (2^5)^2 = 2 \cdot 2 \pmod{34}$
 $3^{10} = (3^5)^2 = 3 \cdot 3 \pmod{34}$
 $5^{10} = (5^5)^2 \equiv 5 \cdot 5 \pmod{34}$

$x = 2 + 3 + 5 \pmod{34}$
 $x \equiv 10 \pmod{34}$

$\varphi(34) = 12$
 $10^{12} \equiv 1 \pmod{34}$
 $10^{15} = 10^{12} \cdot 10^3 \equiv 1 \cdot 10^3 \pmod{34}$
 $EV: 10^3 \equiv 1 \pmod{34}$

$10^{12} \equiv 1 \pmod{34}$
 $10^{24} \equiv 1 \pmod{34}$
 $10^{36} \equiv 1 \pmod{34}$
 $10^{48} \equiv 1 \pmod{34}$
 $10^{60} \equiv 1 \pmod{34}$
 $10^{72} \equiv 1 \pmod{34}$
 $10^{84} \equiv 1 \pmod{34}$
 $10^{96} \equiv 1 \pmod{34}$
 $10^{108} \equiv 1 \pmod{34}$
 $10^{120} \equiv 1 \pmod{34}$

2 18-19:25

$n \in \mathbb{N} \quad \varphi(n) = 6$
 $n = p_1^{a_1} \cdot p_2^{a_2} \cdot \dots \cdot p_k^{a_k}$
 $\varphi(n) = (p_1-1) \cdot p_1^{a_1-1} \cdot \dots \cdot (p_k-1) \cdot p_k^{a_k-1}$

$\varphi(n) = 6$
 i) $1 \cdot 6$
 ii) $2 \cdot 3$

a) $p_1-1=2$
 $p_1=3$
 $a_1=2$
 $n=9$

$p_1-1=2$
 $p_1=3$
 $a_1=1$
 $n=3$

b) $2 \cdot 3$
 $p_1-1=1$
 $p_1=2$
 $a_1=2$
 $n=4$

$p_1-1=1$
 $p_1=2$
 $a_1=1$
 $n=2$

$p_1-1=1$
 $p_1=2$
 $a_1=1$
 $n=2$

$p_1-1=1$
 $p_1=2$
 $a_1=1$
 $n=2$

$p_1-1=1$
 $p_1=2$
 $a_1=1$
 $n=2$

2 18-19:34