Democvičení

MB104 - jaro 2013

Příklad 1. Jsou dány permutace $s, t, u \in \mathbb{S}_9$.

$$s = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 3 & 4 & 7 & 2 & 1 & 9 & 8 & 6 & 5 \end{pmatrix}, \ t = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 5 & 2 & 1 & 4 & 3 & 8 & 7 & 6 & 9 \end{pmatrix}$$

$$u = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 8 & 1 & 4 & 6 & 3 & 7 & 5 & 9 & 2 \end{pmatrix}.$$

1. Rozložte permutace s, t, u na součin nezávislých cyklů.
2. Spočítejte $s \circ t$, $t \circ s$.
3. Spočítejte $s^3, s^{20}, t^{53}, t^{103}, u^{211}$
4. Určete s^{-1}, t^{-1}, u^{-1}
5. Spočítejte $(s^{120} \circ t^{-3})^{17} \circ u^{23}$
6. Rozložte permutace s, t na součin transpozic a určete jejich paritu.
7. Určete počet inverzí permutace s.
8. Určete řády permutací s, t, u

Příklad 2. Určete všechny permutace $f \in \mathbb{S}_8$ takové, že $f^3 = (1,2)(3,4)(5,6)$.

Příklad 3. Určete všechny permutace $s \in \mathbb{S}_9$ takové, že $s^2 \circ (1,2) \circ s^2 = (1,2) \circ s^2 \circ (1,2)$.

Příklad 4. Určete všechna přirozená čísla m taková, že v grupě $\mathbb{S}_7$ existuje prvek řádu m.

Příklad 5. Určete podgrupu $\mathbb{Z}_{60}$ generovanou množinou $M = \{[15]_{60}, [6]_{60}\}$

Příklad 6. Dokažte, že $\mathcal{GL}_2(\mathbb{Z}_2) = \left\langle \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle$.

Příklad 7. Rozhodněte, které z daných grup jsou cyklické:

1. $(\mathbb{Z}_7^\times, \cdot)$
2. $(\mathbb{S}_3, \circ)$
3. $(\mathbb{S}_4, \circ)$
4. $(\mathbb{C}^*, \cdot)$

Příklad 8. Popište grupu symetrií rovnostranného trojúhelníka.

Příklad 9. Popište všechny cyklické podgrupy grupy symetrií čtverce.