



$$|\mathbb{Z}_m^\times| = \varphi(m)$$

$$\varphi(81) = \varphi(3^4) = 2 \cdot 3^3 = 54$$

od(a) | G

3 11-18:51

$G$   $H \subseteq G$   
je podgrupa

$a \cdot H = \{a \cdot h \mid h \in H\}$   
 $b \cdot H = \{b \cdot h \mid h \in H\}$

$a \cdot H = b \cdot H \Leftrightarrow a^{-1} \cdot b \in H$

$H$  normální  $\Leftrightarrow \forall g \in G \forall h \in H: g \cdot h \cdot g^{-1} \in H$

$G/H$  faktorgrupa

3 11-18:54

$H = \text{Ker } f$ ,  $f$  je surjektivní!

$\varphi \circ \pi = f$

i)  $f$  sur  
 $\text{Ker } f = H$

3 11-19:01

$\mathbb{Z}/k\mathbb{Z} \cong \mathbb{Z}_k$

$a+k\mathbb{Z} = b+k\mathbb{Z}$   
 $b-a \in k\mathbb{Z}$   
 $b-a = 0 \pmod{k}$   
 $a \equiv b \pmod{k}$

$\mathbb{Z} \xrightarrow{f} \mathbb{Z}_k$   
 $\mathbb{Z} \xrightarrow{\pi} \mathbb{Z}/k\mathbb{Z}$

$\text{Ker } f = H$   
 $f$  sur

$f(a) = [a]_k$   
 $f(a) = [0]_k$   
 $a \equiv 0 \pmod{k}$   
 $a \in k\mathbb{Z}$

$f$  sur  
 $\mathbb{Z}$  zrychl

3 11-19:05

$(\mathbb{R}^*, \cdot)$

$\mathbb{R}^*/\{1, -1\}$

$a \cdot H = \{2, 2i, 2j, 2k\} = 2 \cdot \mathbb{R}^*$   
 $b \cdot H = \{-2, -2i, -2j, -2k\} = -2 \cdot \mathbb{R}^*$   
 $0 \cdot H = \{0\}$   
 $\frac{1}{2} \cdot H = \{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}i, \frac{1}{2}j, \frac{1}{2}k\}$

$\mathbb{R}^* \xrightarrow{f} \mathbb{R}^*$   
 $\mathbb{R}^* \xrightarrow{\pi} \mathbb{R}^*/\{1, -1\}$

$f(x) = |x|$   
 $|x| = 1 \text{ Ker } f = \{1, -1\}$   
 $x = \pm 1$

$f$  sur zrychl  
 $x \in \mathbb{R}^* : |x| = x$

3 11-19:09

$(\mathbb{C}^*, \cdot)$

$H = \{z \mid |z| = 1\}$

$a \cdot H = b \cdot H$   
 $a^{-1} \cdot b \in H$   
 $\frac{|b|}{|a|} = 1$   
 $\frac{|b|}{|a|} = 1$   
 $|b| = |a|$

3 11-19:15

$\mathbb{C}^*/H \cong \mathbb{R}_+^*$   
 $\mathbb{C}^* \xrightarrow{s} \mathbb{R}_+^*$   
 $\mathbb{C}^*/H$   
 $S(z) = |z|$  sur ✓  
 $\ker S$   
 $S(z) = 1$   
 $|z| = 1$   
 $\ker S = H$

3 11-19:17

$\mathbb{C}_2(\mathbb{R})/S_2(\mathbb{R})$   
 $S_2(\mathbb{R}) = \{A \in \mathbb{C}_2(\mathbb{R}) \mid \det A = 1\}$   
 $\mathbb{C}_2(\mathbb{R}) = \mathbb{C}_2(\mathbb{R})$   
 $\forall A \in \mathbb{C}_2(\mathbb{R}) \forall H \in S_2(\mathbb{R}) : (A+H) \in S_2(\mathbb{R})$   
 $A+H \in S_2(\mathbb{R})$   
 $|A+H| = 1$   
 $|A| \cdot |H| = 1$   
 $|A| \cdot |H| = 1$   
 $|H| = 1$   
 $\mathbb{C}_2(\mathbb{R})/S_2(\mathbb{R}) \cong \mathbb{R}^*$   
 $\mathbb{C}_2(\mathbb{R}) \xrightarrow{s} \mathbb{R}^*$   
 $\mathbb{C}_2(\mathbb{R})/S_2(\mathbb{R})$   
 $S(A) = \det A$   
 $\ker S$   
 $S(A) = 1 \quad \ker S = S_2(\mathbb{R})$   
 $|A| = 1$

3 11-19:21

$\begin{pmatrix} x & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow \underline{x}$

3 11-19:30

$\mathbb{R}/\mathbb{Z}$   
 $a + \mathbb{Z} = b + \mathbb{Z}$   
 $b - a \in \mathbb{Z}$   


---

 $\mathbb{R}/k\mathbb{Z}$   
 $a + k\mathbb{Z} = b + k\mathbb{Z}$   
 $b - a \in k\mathbb{Z}$   
 $(b - a) = 0 \quad (k)$   
 $\mathbb{Z}_{15} \rightarrow \mathbb{Z}_{24}$   
 $\sqrt{1} \rightarrow ?$

3 11-19:31