

Democvičení

M/B104 - jaro 2013

Příklad 1. Určete všechny homomorfismy grup $\mathbb{Z}_{15} \rightarrow \mathbb{Z}_{24}$

Příklad 2. Na množině $R = \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ definujme operace \oplus jako klasické sčítání po složkách a \odot vztahem $(a, b) \odot (c, d) = (ac + bd, ad + bc)$. Rozhodněte, zda (R, \oplus, \odot) tvoří okruh, komutativní okruh, obor integrity, těleso.

Příklad 3. Rozhodněte, zda dané množiny se dvěma operacemi tvoří okruh, komutativní okruh, obor integrity, těleso:

1. $(\mathbb{R}, +, \cdot)$
2. $(\mathbb{Z}_{2010}, +, \cdot)$
3. $(\mathbb{Z}_7, +, \cdot)$
4. $(Mat_2(\mathbb{R}), +, \cdot)$
5. $(\mathcal{GL}_2(\mathbb{R}), +, \cdot)$

Příklad 4. Určete všechny jednotky Gaussova okruhu celých čísel $\mathbb{Z}[i]$.

Příklad 5. Určete všechny jednotky okruhu $Mat_2(\mathbb{Z})$.

Příklad 6. Najděte všechny racionální kořeny polynomu $12x^6 + 8x^5 - 85x^4 + 15x^3 + 55x^2 + x - 6$

Příklad 7. Uveďte příklad polynomu desátého stupně s celočíselnými koeficienty, který bude ireducibilní nad \mathbb{Z} .

Příklad 8. Určete všechny normované ireducibilní polynomy čtvrtého stupně nad \mathbb{Z}_2 .

Příklad 9. V závislosti na celočíselném parametru a určete násobnost kořene -1 polynomu $x^5 - ax^2 - ax + 14$. Jak by to bylo nad \mathbb{Z}_5 ?