

Democvičení

M B104 - jaro 2013

Příklad 1 (Banachova úloha). Kuřák má v obou kapsách košile krabičku s n sirkami. Krabičku, ze které si vezme sirku si vybírá náhodně. Jaká je pravděpodobnost, že v okamžiku, kdy poprvé narazí na prázdnou krabičku, je v té druhé právě k sirek?

Příklad 2. Čísla $1, \dots, n$ promícháme. Jaká je pravděpodobnost, že alespoň jedno číslo bude na svém místě? Najděte její limitu pro $n \rightarrow \infty$.

Příklad 3. Střelec opakovaně střílí do terče. Pravděpodobnost, že zasáhne, je při každém výstřelu $0,3$. Kolikrát nejméně musí vystřelit, abychom s pravděpodobností alespoň $0,95$ mohli říci, že se trefí alespoň jednou.

Příklad 4. Střelec střílí třikrát nezávisle do terče. Pravděpodobnosti zásahu jsou postupně $0,4$, $0,5$ a $0,7$. Jaká je pravděpodobnost, že zasáhne terč

1. právě jednou
2. alespoň jednou

Příklad 5. V klobouku kouzelníka Pokustóna je kromě Boba a Bobka ještě dalších pět bílých králíků a tři černí (o kterých však pohádky bohužel zatím nevypráví). Náhodně z klobouku vybereme králíka a pustíme ho ven. Nyní sáhneme do klobouku a vytáhneme dalšího králíka.

1. S jakou pravděpodobností je druhý vytažený králík bílý?
2. S jakou pravděpodobností je druhý vytažený králík Bobek?

Příklad 6. Ve městě žije 40% lhářů a 60% pravdomluvných. Lhář vám na otázku odpoví pravdivě s pravděpodobností $0,1$, pravdomluvný vám zalže s pravděpodobností $0,2$. Do města přijel cestovatel a zeptal se náhodného kolemjdoucího.

- a) S jakou pravděpodobností dostal pravdivou odpověď?
- b) Cestovatel dostal pravdivou odpověď. S jakou pravděpodobností mu odpověděl lhář?

Příklad 7. Turistický oddíl si předává zprávy Morseovou abecedou s těmito vlastnostmi: pokud je odvysílána tečka, pak ve 40% případů je přijata čárka (jinak tečka), pokud je odvysílána čárka, je v $\frac{1}{3}$ případů přijata tečka (jinak čárka). Zpráva obsahuje tečky a čárky v poměru 5 : 3. Určete pravděpodobnost, že

1. byla vyslána tečka, pokud je přijata čárka
2. byla vyslána tečka, pokud je přijata tečka

Příklad 8. Při narození dvojčat je pravděpodobnost stejného pohlaví dvakrát větší než opačného. Je-li první dvojče chlapec, jaká je pravděpodobnost, že i druhé bude chlapec? (Celkově pravděpodobnost narození chlapce je 0,51).

Příklad 9. Jaká je pravděpodobnost, že dvě náhodně zvolená čísla z intervalu $(0; 1)$ budou mít součet menší než 1 a součin větší než $\frac{2}{9}$.

Příklad 10 (Buffonova úloha). Rovina je rozdělena rovnoběžkami umístěnými rovnoměrně ve vzdálenosti d . Do roviny je náhodně umístěna jehla délky $l < d$. Jaká je pravděpodobnost, že jehla protne některou rovnoběžku.

Příklad 11. Obdélník $ABCD$ má jednu stranou dvakrát delší než druhou. Určete pravděpodobnost, že přímka kolmá k úhlopříčce AC rozdělí obdélník na dva lichoběžníky.