

## *Democvičení*

*M/B104 - jaro 2013*

**Příklad 1.** Čtyřikrát nezávisle na sobě hodíme mincí. Náhodná veličina  $X$  udává počet hlav, které padnou při těchto hodech. Určete pravděpodobnostní a distribuční funkci náhodné veličiny  $X$ .

**Příklad 2.** Předpokládejme, že  $X$  má diskrétní rozdělení takové, že  $P(X = k) = c \cdot k^2$ , pro  $k = 1; 2; 3$  a  $P(X = k) = 0$  jinak. Určete

1. hodnotu  $c$
2.  $P(X \geq 2)$ ,
3.  $P(X \in \{1, 3\})$ .

**Příklad 3.** Rozhodněte, které z následujících funkcí jsou hustotami (mimo vymezený interval je vždy funkce nulová,  $c$  je vhodná konstanta (v případě, že jde o hustotu, tuto konstantu určete):

1.  $c$  pro  $x \in (-1; 1)$ ,
2.  $cx$  pro  $x \in (0; 1)$ ,
3.  $cx$  pro  $x \in (-1; 2)$ ,
4.  $cx \sin x$  pro  $x \in (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ ,
5.  $ce^x$  pro  $x \in (0; \infty)$ ,
6.  $ce^{-x}$  pro  $x \in (0; \infty)$ ,
7.  $\frac{c}{1+x^2}$ .

**Příklad 4.** Náhodná veličina  $X$  má distribuční funkci

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{pro } x \leq 0 \\ cx^2 & \text{pro } x \in (0, 2) \\ 1 & \text{jinak} \end{cases}$$

1. Určete hodnotu  $c$ .

**Příklad 5.** Náhodná veličina  $X$  má distribuční funkci

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{pro } x \leq 0 \\ \frac{x+5}{7} & \text{pro } x \in (-5, 2) \\ 1 & \text{jinak} \end{cases}$$

1. určete hustotu pravděpodobnosti
2.  $P(-2 < X < 2)$
3.  $P(X = 2)$
4.  $P(-6, 1)$

**Příklad 6.** V zásilce s 10 výrobky je 8 kvalitních (z nich je 5 první jakosti a 3 jsou druhé jakosti) a 2 zmetky. Ze zásilky vybereme bez vracení 2 výrobky. Náhodná veličina  $X$  nechť značí počet vybraných kvalitních výrobků a  $Y$  počet vybraných výrobků první jakosti. Určete sdruženou i marginální pravděpodobnostní funkci a rozhodněte, zda jsou náhodné veličiny  $X$  a  $Y$  stochasticky nezávislé.

**Příklad 7.** Spojitý náhodný vektor  $(X; Y)$  má hustotu

$$f(x; y) = 24x^2y(1 - x), \quad \text{pro } 0 \leq x, y < 1$$

a jinde nulovou. Dokažte, že  $X$  a  $Y$  jsou stochasticky nezávislé.

**Příklad 8.** Spojitý náhodný vektor  $(X; Y; Z)$  má hustotu  $k \cdot xyz$  pro  $0 < x, y < 1$ ;  $0 < z < 3$  a jinak rovnou nule. Určete konstantu  $k$  a vypočtěte  $P(0 < X < \frac{1}{2}, \frac{1}{3} < Y < \frac{2}{3}, 1 < Z < 2)$ .