Jméno: **Místnost:** **1. vnitrosemestrální písemka**

3333 *list* 1 *učo* *body*

Oblast strojově snímatelných informací. Své UČO vyplňte zleva dle přiloženého vzoru číslic. Jinak do této oblasti nezasahujte. 0123456789

Příklad 1
15 bodů

V grupě permutací $\mathbb{S}_9$ jsou dány permutace s, t.

$$s = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 9 & 4 & 5 & 6 & 1 & 2 & 7 & 8 & 3 \end{pmatrix}, \quad t = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 9 & 7 & 6 & 2 & 4 & 8 & 3 & 5 & 1 \end{pmatrix}$$

1. Napište permutace s, t jako součin nezávislých cyklů.
2. Vypočítejte $(t^{201} \circ s^6)^{2013}$.
3. Rozložte permutaci t na součin transpozic.
4. Určete počet inverzí permutace t.
5. Určete řád permutace s.
6. Určete všechny permutace $x \in \mathbb{S}_9$ takové, že $x \circ s = t$.

Jméno: **Místnost:** **1. vnitrosemestrální písemka**

3333 *list* 2 *učo* *body*

Oblast strojově snímatelných informací. Své UČO vyplňte zleva dle přiloženého vzoru číslic. Jinak do této oblasti nezasahujte. 0123456789

Příklad 2
10 bodů

Nechť G je komutativní grupa s neutrálním prvkem e_G. Položme

$$H = \{a \in G \mid a^8 = e_G\}.$$

1. Dokažte, že H je podgrupa grupy G. Zdůvodněte, kde jste ve svém důkazu využili faktu, že G je komutativní.
2. Položme $G = (\mathbb{R}^*, \cdot)$, tj. nenulová reálná čísla s operací násobení reálných čísel. Pro tuto grupu určete výčtem prvků podgrupu H.

Jméno: **Místnost:** **1. vnitrosemestrální písemka**

3333 *list* 3 *učo* *body*

Oblast strojově snímatelných informací. Své UČO vyplňte zleva dle přiloženého vzoru číslic. Jinak do této oblasti nezasahujte. 0123456789

Řešte soustavu kongruencí

Příklad 3
10 bodů

$$\begin{aligned} 3x &\equiv 5 \pmod{7} \\ 5x &\equiv 7 \pmod{11} \\ 7x &\equiv 9 \pmod{13} \end{aligned}$$

Jméno: **Místnost:** **1. vnitrosemestrální písemka**

3333 *list* 4 *učo* *body*

Oblast strojově snímatelných informací. Své UČO vyplňte zleva dle přiloženého vzoru číslic. Jinak do této oblasti nezasahujte. 0123456789

Příklad 4
15 bodů

1. Určete $\varphi(4200)$.

2. Uveďte příklad nekonečné nekomutativní grupy, případně dokažte neexistenci.

3. Určete poslední cifru čísla $13^{23^{33}}$.

4. Uveďte příklad grupy, která má právě jednu podgrupu, případně dokažte neexistenci.

5. Uveďte příklad čtyřprvkové cyklické grupy, případně dokažte neexistenci.

Jméno: **Místnost:** **1. vnitrosemestrální písemka**

3333 *list* 5 *učo* *body*

Oblast strojově snímatelných informací. Své UČO vyplňte zleva dle přiloženého vzoru číslic. Jinak do této oblasti nezasahujte. 0123456789