

Jméno:

Skupina: A

Místnost:

4. zkouška

0001

příklad

2

*učo**body*

0123456789

Polynomy (8 bodů):

Příklad 2

- (a) Uvažujte kvadratický polynom $x^2 + ax + b$, jehož reálné koeficienty splňují $|a| \leq 4, |b| \leq 2$ a všechny přípustné hodnoty koeficientů jsou stejně pravděpodobné. Určete pravděpodobnost, že všechny kořeny tohoto polynomu jsou reálné a kladné. (4)
- (b) Najděte všechny kořeny polynomu $x^4 + 4x^2 - x + 6 \in \mathbb{C}[x]$ a určete jejich násobnost, víte-li, že jedním z kořenů je $\frac{-1+i\sqrt{11}}{2}$. (4)

Jméno:

Skupina: A

Místnost:

4. zkouška

0001

příklad

3

učo

body

0123456789

Algebra (5 bodů) : Necht S_n značí grupu permutací na n -prvkové množině **Příklad 3** s operací skládání zobrazení.

- (a) Určete, pro která $n \in \mathbb{N}$ je grupa S_n komutativní a v nekomutativních případech ukažte příklad nekomutujících prvků. (1)
- (b) Určete podgrupu S_7 generovanou $\{(1, 2)(4, 7), (4, 2)(7, 3)\}$. (1)
- (c) Určete všechna $m \in \mathbb{N}$ pro něž v S_7 existuje prvek řádu m . (1)
- (d) Vyčíslete počet permutací řádu 3 v S_7 . (1)
- (e) Určete všechny $s \in S_7$ pro něž $s^2 \circ (1, 7) \circ s^2 = (1, 7) \circ s^2 \circ (1, 7)$. (1)

Jméno:

Skupina: B

Místnost:

4. zkouška

0002

příklad

|

*učo**body*

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Náhodné veličiny a pravděpodobnost (7 bodů):

Příklad 1

- (a) Obchodní řetězec naplánoval kampaň, během níž ke každému nákupu za alespoň 200 Kč dává náhodně obrázek některé z 24 postaviček jisté počítačové hry. Kolik nejméně musí Martinovi rodiče v obchodě utratit, aby Martin s pravděpodobností nejméně 0,95 získal více než 3 kartičky své oblíbené postavičky (obrázek číslo 1)? (4)
- (b) Necht' jsou X_1, X_2 stochasticky nezávislé náhodné veličiny s normovaným normálním rozdělením. Určete rozdělení transformované náhodné veličiny $Y = -3 + 2X_1 - X_2$ a najděte její 99. percentil. Dále vypočtete $E(X_1 \cdot Y)$. (3)

Jméno:

Skupina: B

Místnost:

4. zkouška

0002

příklad

2

*učo**body*

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Polynomy (8 bodů):

Příklad 2

- (a) Uvažujte kvadratický polynom $x^2 + ax + b$, jehož reálné koeficienty splňují $|a| \leq 1, |b| \leq 2$ a všechny přípustné hodnoty koeficientů jsou stejně pravděpodobné. Určete pravděpodobnost, že všechny kořeny tohoto polynomu jsou reálné a záporné. (4)
- (b) Najděte všechny kořeny polynomu $x^4 - x^3 + 6x^2 - 4x + 16 \in \mathbb{C}[x]$ a určete jejich násobnost, víte-li, že jedním z kořenů je $\frac{-1-i\sqrt{15}}{2}$. (4)

Jméno:

Skupina: B

Místnost:

4. zkouška

0002

příklad

3

učo

body

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Algebra (5 bodů) : Necht' S_n značí grupu permutací na n -prvkové množině **Příklad 3** s operací skládání zobrazení, A_n její podgrupu sudých permutací.

- (a) Určete, pro která $n \in \mathbb{N}$ je grupa A_n komutativní a v nekomutativních případech ukažte příklad nekomutujících prvků. (1)
- (b) Určete podgrupu S_7 generovanou $\{(1, 4)(2, 7), (4, 2)(7, 3)\}$. (1)
- (c) Určete všechna $m \in \mathbb{N}, m \leq 8$ pro něž v A_7 existuje prvek řádu m . (1)
- (d) Vyčíslete počet permutací řádu 5 v A_7 . (1)
- (e) Určete počet inverzí permutace $\sigma = (1, 4, 5)(2, 3, 6) \in S_7$ (1)

Vše zdůvodňujte.