

Democvičení
M B104 - jaro 2011

Příklad 1. Jsou dány permutace $s, t, u \in \mathbb{S}_9$.

$$s = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 3 & 4 & 7 & 2 & 1 & 9 & 8 & 6 & 5 \end{pmatrix}, \quad t = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 5 & 2 & 1 & 4 & 3 & 8 & 7 & 6 & 9 \end{pmatrix}$$

$$u = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 8 & 1 & 4 & 6 & 3 & 7 & 5 & 9 & 2 \end{pmatrix}.$$

1. Rozložte permutace s, t, u na součin nezávislých cyklů.
2. Spočítejte $s \circ t, t \circ s$.
3. Spočítejte $s^3, s^{20}, t^{53}, t^{103}, u^{211}$
4. Určete s^{-1}, t^{-1}, u^{-1}
5. Spočítejte $(s^{120} \circ t^{-3})^{17} \circ u^{23}$
6. Rozložte permutace s, t na součin transpozic a určete jejich paritu.
7. Určete počet inverzí permutace s .
8. Určete řády permutací s, t, u

Příklad 2. Určete všechny permutace $f \in \mathbb{S}_8$ takové, že $f^3 = (1, 2)(3, 4)(5, 6)$.

Příklad 3. Určete všechny permutace $s \in \mathbb{S}_9$ takové, že $s^2 \circ (1, 2) \circ s^2 = (1, 2) \circ s^2 \circ (1, 2)$.

Příklad 4. Určete všechna přirozená čísla m taková, že v grupě S_7 existuje prvek řádu m .

Příklad 5. Určete podgrupu \mathbb{S}_8 generovanou množinou $M = \{(1, 5)(2, 7), (5, 2)(7, 6)\}$.

Příklad 6. Určete podgrupu \mathbb{Z}_{60} generovanou množinou $M = \{[15]_{60}, [6]_{60}\}$

Příklad 7. Dokažte, že $\mathcal{GL}_2(\mathbb{Z}_2) = \left\langle \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle$.