

*Democvičení*  
*MB104 - jaro 2011*

**Příklad 1.** Na množině  $R = \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$  definujme operace  $\oplus$  jako klasické sčítání po složkách a  $\odot$  vztahem  $(a, b) \odot (c, d) = (ac + bd, ad + bc)$ . Rozhodněte, zda  $(R, \oplus, \odot)$  tvoří okruh, komutativní okruh, obor integrity, těleso.

**Příklad 2.** Určete všechny jednotky gaussova okruhu celých čísel  $\mathbb{Z}[i]$ .

**Příklad 3.** Rozhodněte, zda dané množiny se dvěma operacemi tvoří okruh, komutativní okruh, obor integrity, těleso:

1.  $(\mathbb{R}, +, \cdot)$
2.  $(\mathbb{Z}_{2010}, +, \cdot)$
3.  $(\mathbb{Z}_7, +, \cdot)$
4.  $(Mat_2(\mathbb{R}), +, \cdot)$
5.  $(\mathcal{GL}_2(\mathbb{R}), +, \cdot)$

**Příklad 4.** Najděte všechny racionální kořeny polynomu  $12x^6 + 8x^5 - 85x^4 + 15x^3 + 55x^2 + x - 6$

**Příklad 5.** Uveďte příklad polynomu desátého stupně s celočíselnými koeficienty, který bude ireducibilní nad  $\mathbb{Z}$ .

**Příklad 6.** Určete všechny ireducibilní polynomy čtvrtého stupně nad  $\mathbb{Z}_3$ .

**Příklad 7.** Rozložte polynom  $x^5 + 3x^3 + x + 3 \in \mathbb{Z}_5[x]$  na ireducibilní faktory nad  $\mathbb{Z}_5$ .

**Příklad 8.** V závislosti na celočíselném parametru  $a$  určte násobnost kořene  $-1$  polynomu  $x^5 - ax^2 - ax + 14$ .