Nový nadpis

22.4.2013

vekt. prostor $V$ nad $\mathbb{K} \neq \mathbb{Z}_2$

$$u = -u \Rightarrow u = 0$$

nad $\mathbb{Z}_2$ naopak, tam je VŽDY

$$u = -u$$

$$u(x) = v(x) + e(x)$$

1 chyba : $e(x) = x^i$ pro nějaké $0 \le i < n$

$p(x)$ ireducibilní $p(0) = 1$, $p(1) = 1$

$\Rightarrow$ nedělí $x^i$ $\Rightarrow$ chyba je rozpoznané.

2 chyby : $e(x) = x^i + x^j$ $0 \le i < j < n$.

$p(x) \nmid x^j$ $p(x) \nmid 1 + x^{j-i}$ pro $j - i < 2^m - 1$

$p(x)$ ired. $\Rightarrow$ nedělí ani $x^i(1 + x^{j-i}) = x^i + x^j$.

$r(x)$ jsou dělitelé $x+1$ a také $q(x)$.

$x+1$ konstantní krát pak

$q(x)$ libovolný lineární dělitel $fg$.

$$v(x) = r(x) + x^{n-k} m(x)$$

$$m(x) = m_1(x) + m_2(x)$$

ostl pri delj. $x^{n-k}(m_1(x) + m_2(x))$

$\Rightarrow$ ostl $r(x) = r_1(x) + r_2(x)$

$$v(x) = \left(r_1(x) + x^{n-k}(m_1(x))\right) + \left(r_2(x) + x^{n-k}(m_2(x))\right)$$

$\Rightarrow$ ADITIVNOST

✓

$1+x+x^3$

binární $p(x)$

dání jiný

$7,4$

$m(x) \longmapsto v(x)$

$\boxed{m_1(x) = x^0, \quad m_2(x) = x^1, \quad m_3(x) = x^2}$

bin $(6,3)$

100 010 001

$v_1(x) = (1+x)+x^3$

$v_2(x) = \overset{r(x)}{(x^2+x)} + x^4$

$v_3(x) = (1+x+x^2) + x^5$

$$G = \left(\begin{array}{ccc} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ \hline 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{array}\right)$$

$x^3 : (x^3+x+1) = 1$

$+ x^3$

$x^3 = 1\cdot(x^3+x+1) + (x+1)$ ✓

$x^4 : (x^3+x+1) = x$

$x^2+x$

$x^5 : (x^3+x+1) = x^2+1$

$x^3+x^2 \,/\, x^2+x+1$

Věta: $g : (\mathbb{Z}_2)^k \xrightarrow{G} (\mathbb{Z}_2)^n$

$$G = \underbrace{\begin{pmatrix} P \\ I_k \end{pmatrix}}_{k} \Big\} n \qquad H = \begin{pmatrix} I_{n-k} & P \end{pmatrix}$$

$h : (\mathbb{Z}_2)^n \to (\mathbb{Z}_2)^{n-k}$

(1) $\ker h = \operatorname{Im} g$

(2) $H \cdot u = 0 \iff u$ je kódové slovo

H a G odpovídají matici

$$H \cdot G = \begin{pmatrix} I_{n-k} & P \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} P \\ I_k \end{pmatrix} = P + P = 0$$

$\Rightarrow \operatorname{im} G \subseteq \ker H$

vektorové prostory nad $\mathbb{Z}_2$ jsou konečné lineární konečně generované

$$|\ker H| \cdot |\operatorname{Im} H| = |\mathbb{Z}_2^n| = 2^n$$

$$\Rightarrow |\ker H| = 2^n \cdot 2^{k-n} = 2^k$$

$$H = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$ … Kontrolle [illegible]

[illegible] $(3,1)$-[illegible]

~ [illegible] $(6,3)$

$$H = \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{array}\right)$$