

P114
Logické základy

TIL

4

Témata

- parciální funkce, báze a typy
- objekty typu T
- TIL, Frege-Churchův trojúhelník označení
- epistémická báze
- universum diskursu
- možné světy
- extenze a intenze
- pojmy, sémantika

parciální funkce ...

(opakování)

- n-ární funkce: složitost funkce je $n+1$
- funkce nedefinovaná na n -tici
- totožnost funkcí : princip extenzionality
 $F_1: M_1 \times \dots \times M_n \rightarrow M, F_2: M_1 \times \dots \times M_n \rightarrow M,$
 $X \in M_1 \times \dots \times M_n, Y \in M$ -- libovolné :
 $F_1(X) = Y$ **právě když** $F_2(X) = Y$, píšeme $F_1 = F_2$
- důsledek:
je-li $F_1 = F_2$ a Z libovolný prvek z $M_1 \times \dots \times M_n$, pak F_1 je na Z nedefinováno právě tehdy, když F_2 je na Z nedefinováno

funkce jako procedura

(opakování)

- procesní pohled
- (parciální) funkce je „výpočetní“ resp. „vyhodnocovací“ pravidlo/procedura, které poskytne buď *nic* nebo *výsledek* z množiny M , jestliže jí na vstupu zadáme hodnoty parametrů z $M_1 \times \dots \times M_n$
- *deklar* $x_1, \dots, x_n :: M_1, \dots, M_n$ *deklar* $y :: M$ (*tělo proc*)
- x_i ... formální parametry, y ... výsledek

Definice typů

- B_1, \dots, B_n jsou neprázdné, vzájemně disjunkttní množiny. Kolekci takových množin nazveme **báze \mathbf{B}** .
 - (1) Každý prvek z \mathbf{B} (tj. každá z množin B_1, \dots, B_n) je **typ nad (bází) \mathbf{B}** .
 - (2) Necht' T_1, \dots, T_m jsou typy nad \mathbf{B} . Pak kartézský součin $T_1 \times \dots \times T_m$, značený (T_1, \dots, T_m) , je **typ nad \mathbf{B}** .
 - (3) Necht' T, T_1, \dots, T_m jsou typy nad \mathbf{B} . Pak množina všech možných parciálních funkcí z $T_1 \times \dots \times T_m$ do T , značená $(TT_1 \dots T_m)$, je **typ nad \mathbf{B}** .
 - (4) **Typ nad \mathbf{B}** je jenom to, co splňuje (1) až (3).
- Typy tvoří nad bází \mathbf{B} nekonečnou hierarchii

Relace a třídy jako typy

- Necht' $\text{Bool} = \{P, N\} = \{T, F\} = \{\text{Pravda}, \text{Nepravda}\} = \dots$ je množina pravdivostních hodnot.
- Necht' báze \mathbf{B} obsahuje (mimo jiné) množinu Bool . Nad takovou bází jsou typem (pomocí charakteristické funkce):
 - relace
 - třídy (množiny)
- Typ, který je kartézským součinem, nazýváme **n-ticový typ** a značíme (T_1, \dots, T_m)
- Všechny n-ticové typy předpokládáme v tzv. normálním tvaru: žádné T_i není n-ticový typ.

Pro totální funkce platí

- Schönfinkelova redukce: Typ $(TT_1T_2 \dots T_n)$ je přirozeně ekvivalentní s typem $(\dots(TT_n)T_{n-1} \dots)T_1)$
- Přirozená projekce: Typ $((T_1, \dots, T_n)T)$ je přirozeně ekvivalentní s typem $((T_1T), (T_2T), \dots, (T_nT))$
- Přirozená ekvivalence: totožnost podle principu extenzionality
-- výskyt funkce jednoho typu v libovolném výrazu je možno nahradit výskytem funkce druhého typu

T-objekt nad **B**:

- Necht' T je typ nad bází **B**. Každý prvek \underline{t} z množiny T nazýváme objektem typu T nad **B**, nebo-li T-objektem nad **B**.
- Fakt, že \underline{t} je T-objektem nad **B**, zapisujeme formou \underline{t}/T
- PŘÍKLADY: $\mathbf{B} = \{\#Zam, \#Proj, Bool\}$
 $\#Zam = \{Kos, Sam, Mot\}$
 $\#Proj = \{Pojist, Maso\}$
 $\#Proj$ -objekty ?, $(Bool \#Zam)$ -objekty ?,
 $(\#Zam \#Proj)$ -objekty ?
kolik kterých je?

označování

- $(TT_1T_2 \dots T_n) =_{df} ((T_1, \dots, T_n) \rightarrow T)$
- $(\#Zam \#Proj)$ -objekty $=_{df}$ $(\#Proj \rightarrow \#Zam)$ -objekty
- $((Bool \#Zam) \#Proj)$ -objekty $=_{df}$
 $(\#Proj \rightarrow (\#Zam \rightarrow Bool))$ -objekty
- Schönfinkelova redukce: Typ $((T_1, \dots, T_n) \rightarrow T)$ je přirozeně ekvivalentní s typem
 $(T_1 \rightarrow (T_2 \rightarrow \dots (T_n \rightarrow T) \dots))$
- Přirozená projekce: Typ $(T \rightarrow (T_1, \dots, T_n))$ je přirozeně ekvivalentní s typem
 $((T \rightarrow T_1), (T \rightarrow T_2), \dots, (T \rightarrow T_n))$

Cíle v DM

- domluvit se
- vyjít z přirozeného jazyka, kterým se všichni (uživatelé, zákazníci, informatici ...) vyjadřují
- poznat adekvátní pojmy
- budovat všechny konstrukce nad rozumně zvolenou bází

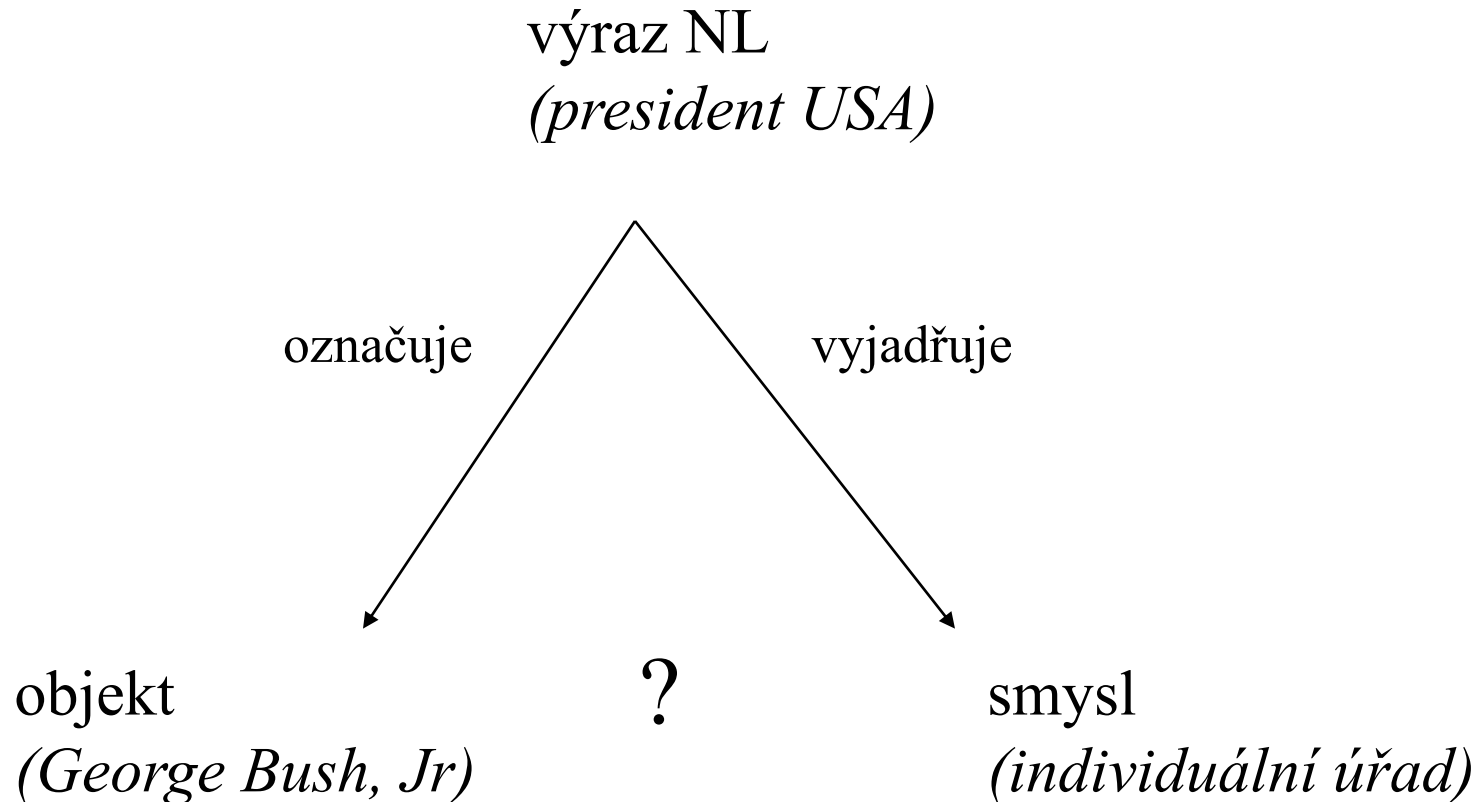
TIL = transparentní intenzionální logika

- logika založená na typovaném lambda kalkulu jako nástrojem pro práci s funkcemi (pro konstrukci funkcí)
- transparentní systém, formální aparát není předmětem studia ale jenom prostředkem ke studiu konstrukcí
- nepreferuje jistá tzv. logická slova (logické spojky, kvantifikátory,...)
- sémantika založená na „možných světech“
- „univerzum“ je chápáno jako společné všem možným světům

TIL - pokračování

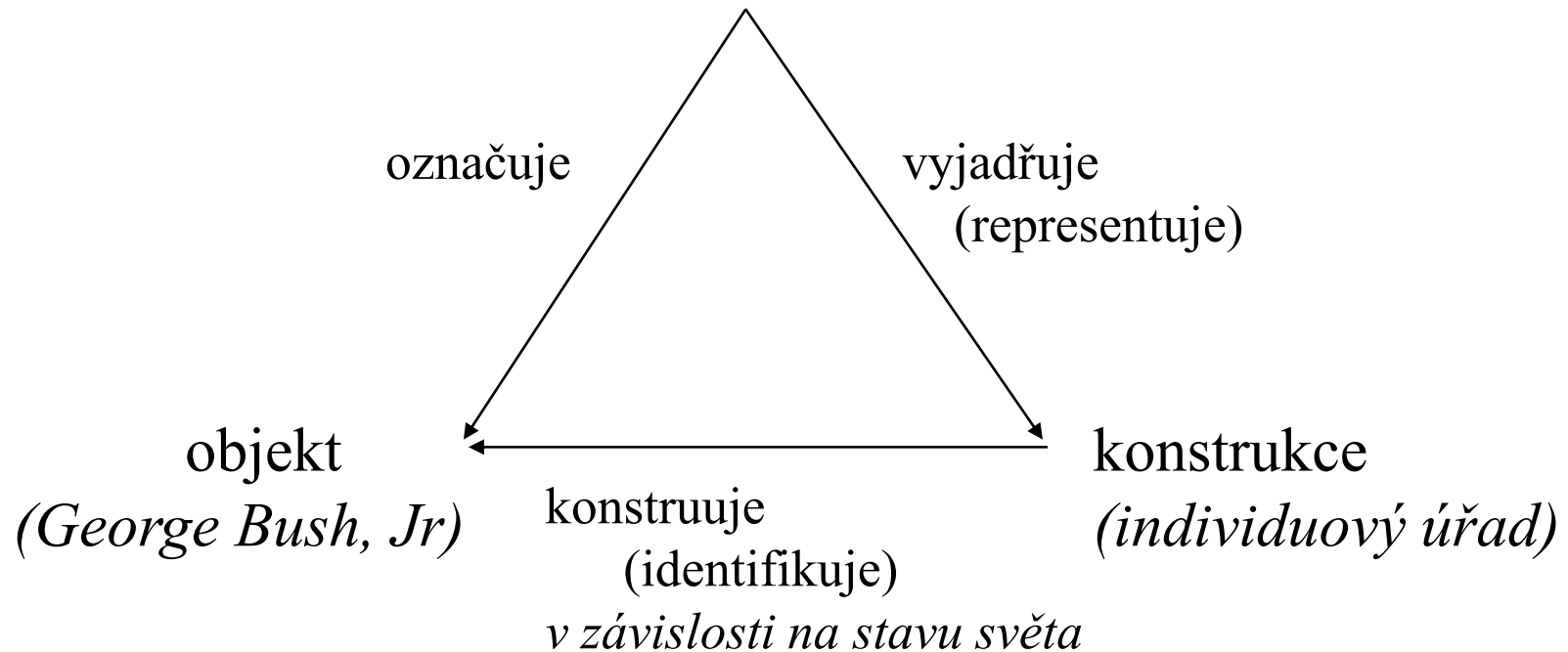
- nahrazuje Frege/Churchův trojúhelník označení:
výraz označuje *objekt* a
výraz vyjadřuje *smysl*
korigovaným trojúhelníkem označení:
výraz označuje *objekt*
výraz vyjadřuje *konstrukci*
konstrukce konstruuje *objekt*
(viz dále)
- co je epistémickou (poznávací) bází ?
(viz dále)

Frege-Church: Trojúhelník Označení



Korigovaný Trojúhelník Označení

výraz NL
(*president USA*)



epistémická báze

- epistémická báze: $\mathbf{B} = \{\text{Bool}, \text{Tim}, \text{Univ}, \text{Wrd},\}$
- Bool obsahuje prvky Pravda, Nepravda
- Tim je množina časových okamžiků, reálná čísla
- Univ je množina individuí apriorně daných
- Wrd je množina možných světů, logický prostor
- epistémické báze se mohou vzájemně lišit v množinách Univ a Wrd
- o objektech „bydlících“ v typech nad takovou bází je právě schopen vypovídat přirozený jazyk

Universum diskurzu

- individua (= jednotliviny)
- individua jsou jakékoli (ne? nutně fyzické) objekty vzájemně odlišitelné (objekty časoprostorového světa)
- jsou to „nositelé vlastností“ a jsou odlišné od těchto vlastností
- jsou dána (vzhledem k jazyku jímž komunikujeme) a priori: zkoumáme-li, jaké vlastnosti má daný objekt nemůžeme současně zjišťovat, o které individuum jde - vždy víme, které individuum vyšetřujeme
- zde odmítáme tzv. esencialismus: „individua mají některé empirické vlastnosti nutně - ty tvoří jejich esenci = podstatu“

Universum diskurzu -pokračování

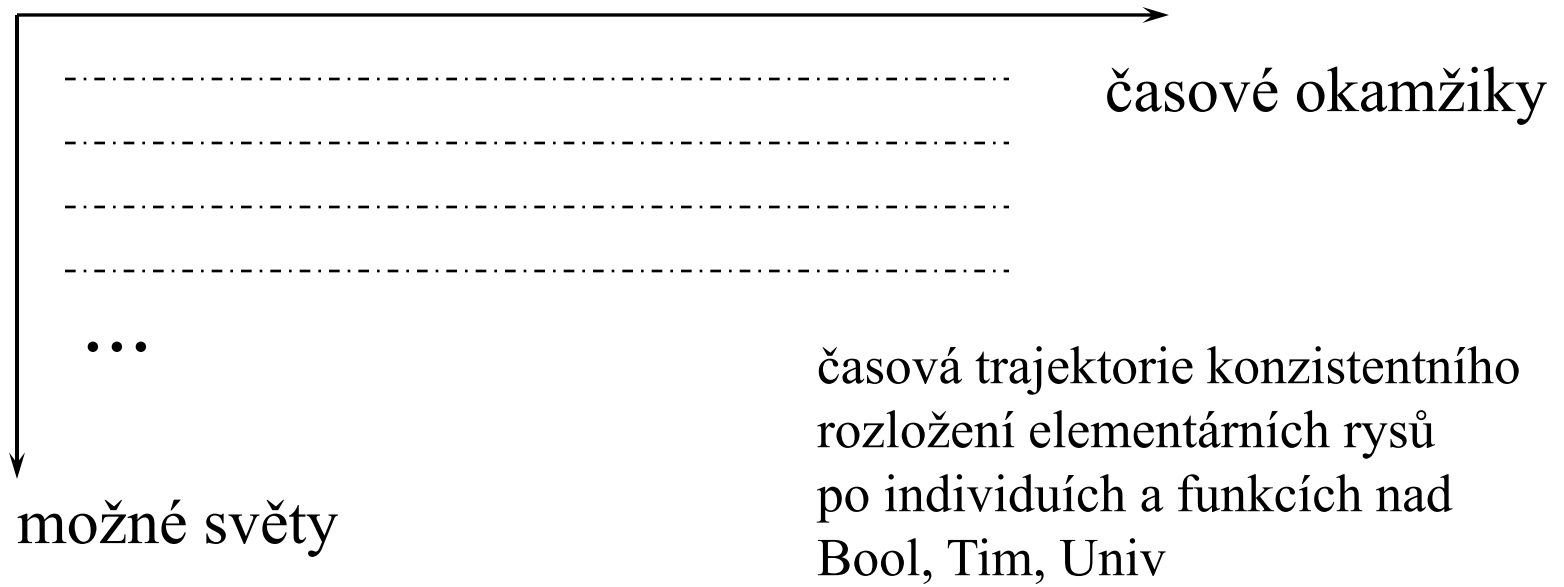
- podstatnou charakteristikou je vzájemná odlišitelnost
- ta je závislá na stavu našeho (vědeckého) poznání reálného světa (zejména na fyzikálním poznání)
- individuum se nemůže přeměnit v jiné individuum, ale
- individuum může přebírat v různých stavech světa různé vlastnosti, které (i velmi podstatně) mění jeho povahu (charakter) a tím i roli, kterou vůči nám jako pozorovatelům hraje
- (zde je základ ovlivnění DM filosofickou logikou)

Možné světy

- původně G. Leibnitz, autor TIL P. Tichý
- svět nechápeme jako souhrn věcí
- možný svět je souhrn všech faktů, které mohou platit a při tom si vzájemně neodporují
- množinu faktů, které neobsahují spor nazýváme konzistentní
- každá konzistentní množina faktů obsahuje fakta, která jsou (logicky) možná resp. myslitelná
- základní intuice vnímání jakéhokoli „světa“ je jeho vývoj v čase

Možné světy -pokračování

- každý možný svět je možno vidět jako časovou posloupnost maximálních množin logicky myslitelných faktů



Možné světy -pokračování

- soubor všech možných světů (Wrd) určuje to, co je logicky možné, proto jej nazýváme také „logický prostor“
- Wrd je dáno a priori (stejně jako ostatní prvky báze)
- časová posloupnost množin všech skutečných faktů se nazývá aktuální svět
- který z možných světů je aktuální, nelze „logicky vypočítat“, ale lze pouze empiricky zjišťovat některou výseč aktuálního světa
- vědět, který z možných světů je aktuální = vševědoucnost

Možné světy -pokračování

- tvrzení, že daný poznatek je (v daném okamžiku) pravdivý, znamená, že mezi možnými světy ve kterých tento poznatek platí, je aktuální svět
- poznatky sdělujeme oznamovacími větami, tzv. propozicemi
- každá propozice vyčleňuje ve Wrd podmnožinu těch možných světů, ve kterých je ona pravdivá
- v daném časovém okamžiku pravdivé propozice o stavu světa vyčleňují tedy ve Wrd podmnožinu možných světů, která zaručeně obsahuje aktuální svět

intenze, extenze

- T je typ nad epistémickou bází **EB**
 - (1) neexistuje T_1 nad **EB** tak, že $T = ((T_1 \text{Tim}) \text{Wrd})$, pak T-objekty jsou **intenze 0-tého řádu (extenze)**
 - (2) necht' T intenze k-tého řádu. Potom $((T \text{Tim}) \text{Wrd})$ -objekty jsou **intenze (k+1)-ho řádu**
 - (3) intenze k-tého řádu pro $k > 0$ nazýváme **intenze**

extenze, intenze - příklady

- třídy individuí: (BoolUniv)-objekty -- extenze
- vlastnosti individuí:
(((BoolUniv)Tim)Wrd)-objekty -- intenze
- propozice: ((BoolTim)Wrd)-objekty -- intenze
- individuové úřady: ((UnivTim)Wrd)-objekty
-- intenze
- veličiny: ((TimTim)Wrd)-objekty
(počet vlasů na hlavě) -- intenze
- třídy vlastností: (Bool(((BoolUniv)Tim)Wrd))-objekty
-- extenze!

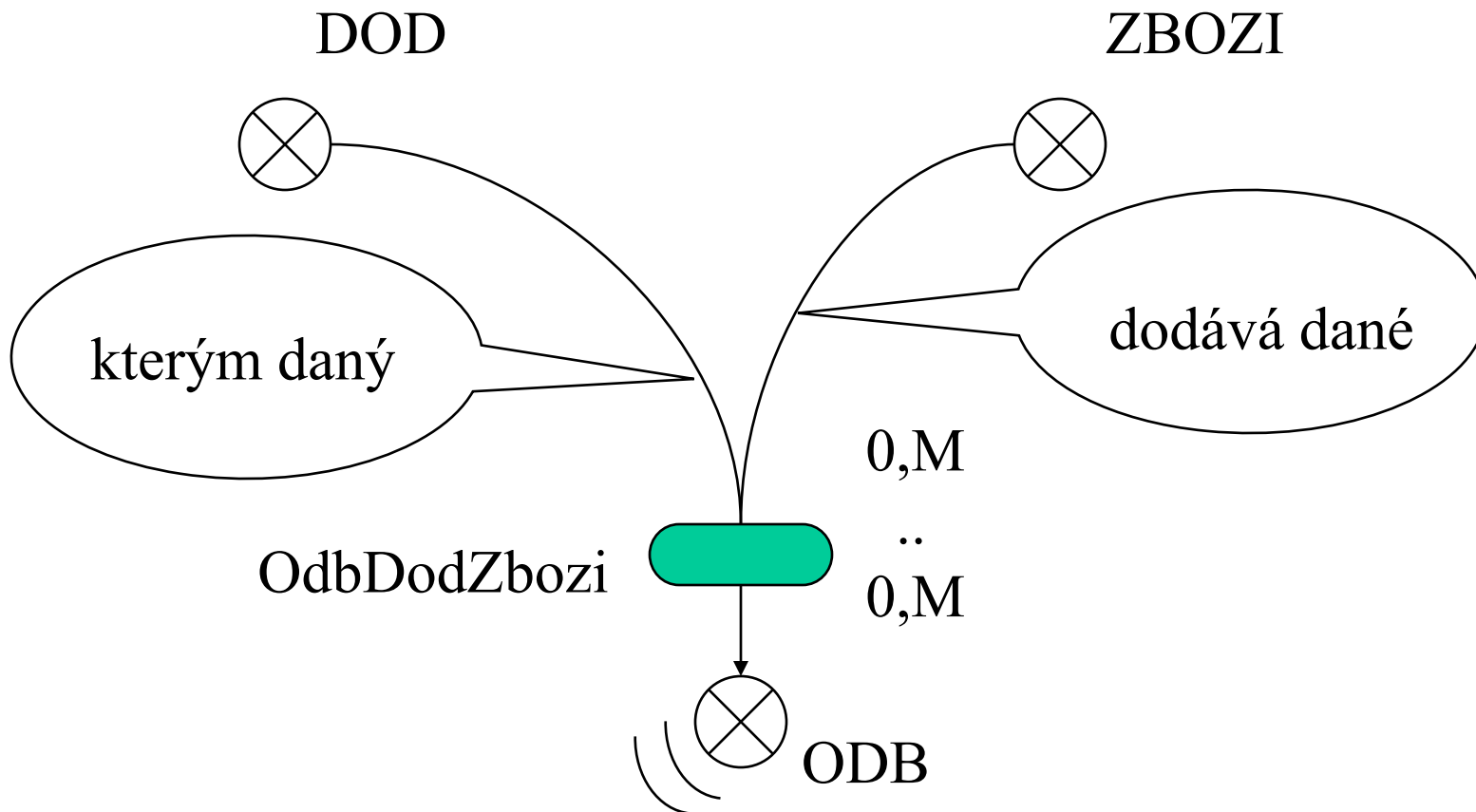
Důležité intenze - *vlastnosti individuí*:

- $((\text{BoolUniv})\text{Tim})\text{Wrd}$ -objekty
- $(\text{Wrd} \rightarrow (\text{Tim} \rightarrow (\text{Univ} \rightarrow \text{Bool})))$
- Příklady:
 - být kočkou: možnému světu přiřazuje historii vývoje populace koček
 - „být kočkou“ není dáno daným okamžikem, a v různých možných světech mohou být populace (extenze) koček různé
 - být Zaměstnancem
 - být Dodavatelem
 - být Zbožím
 - být Odběratelem

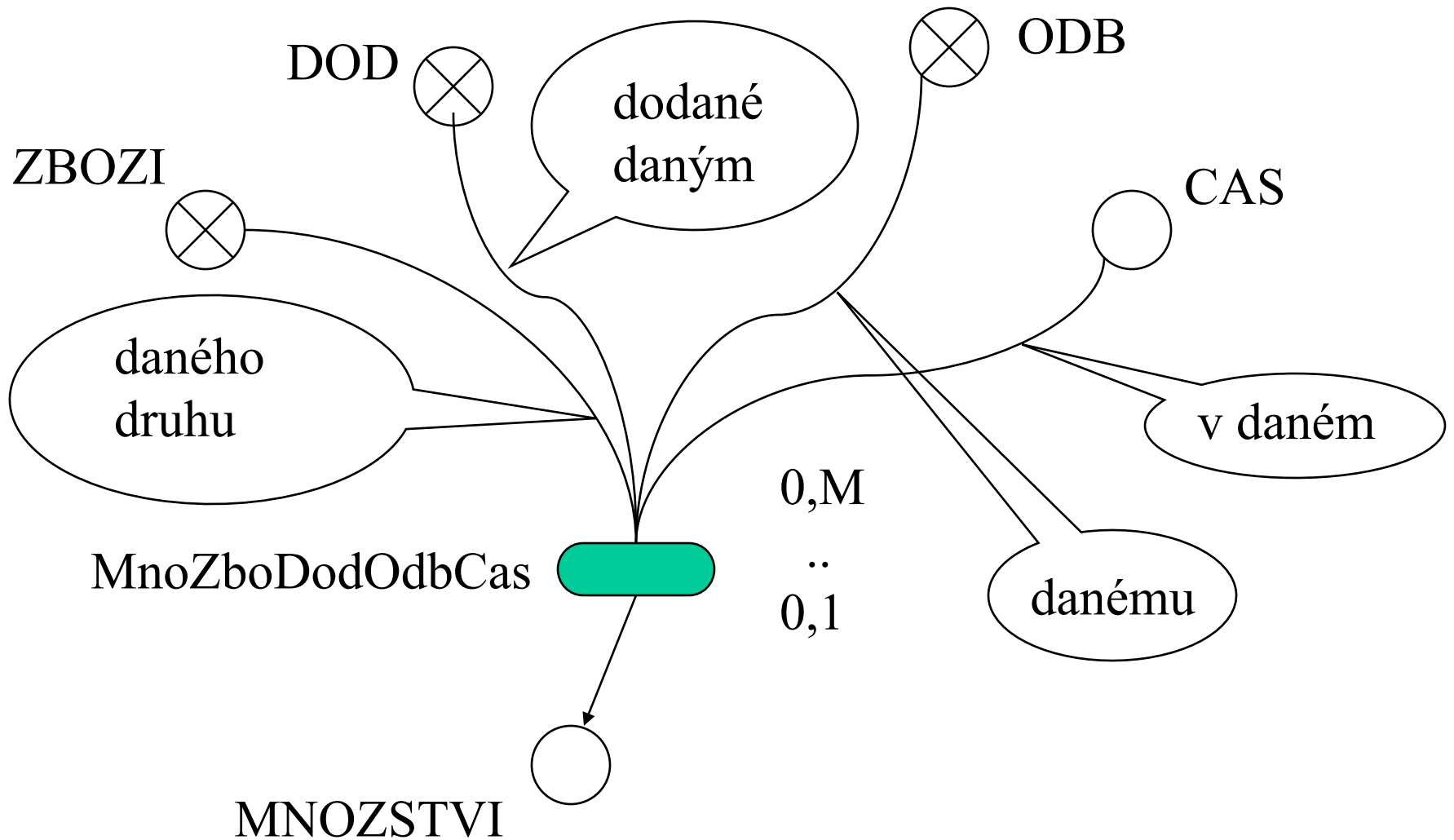
Důležité intenze - *propozice*:

- ((BoolTim)Wrd)-objekty
- (Wrd \rightarrow (Tim \rightarrow Bool))
- oznamovací věty jejichž pravdivost je závislá na stavu světa
- Příklady:
 - V Brně právě teď prší.
 - Kostelecké uzeniny dodávají jemné párky do prodejen Tesco a Makro. (1)
 - Dodavatel (MPK) dodává výrobek (Selský salám) do prodejen odběratele (Delvita). (2)
- (1) a (2) jsou propozice „generované“ atributem OdbDodZbozi z minulé přednášky -- viz dále

HIT-atribut jako „generátor“ propozic

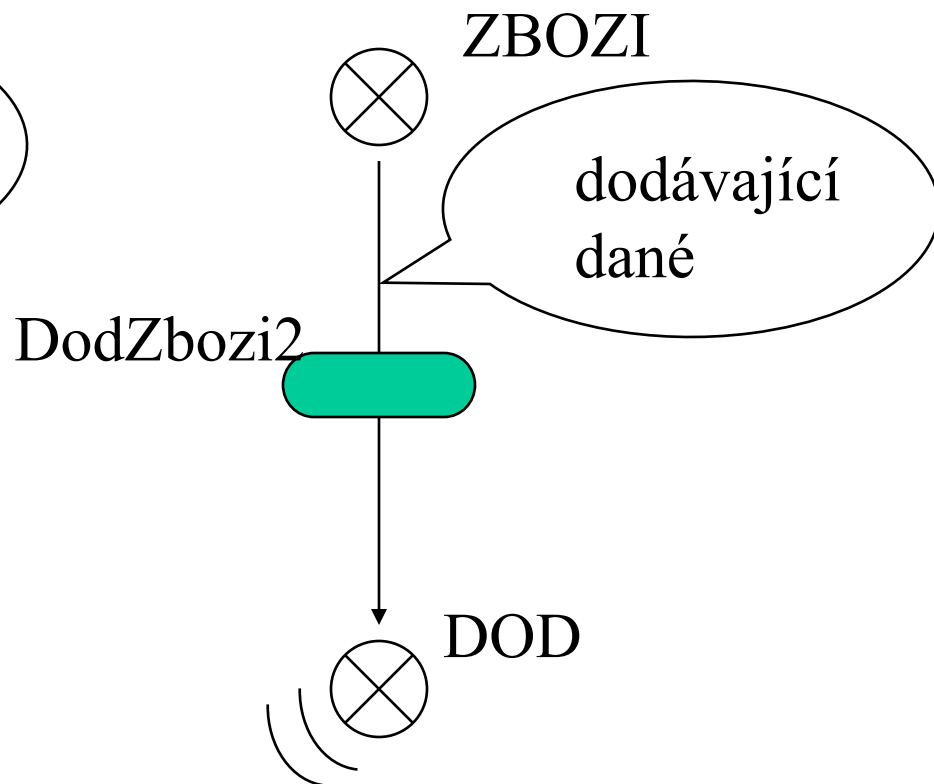
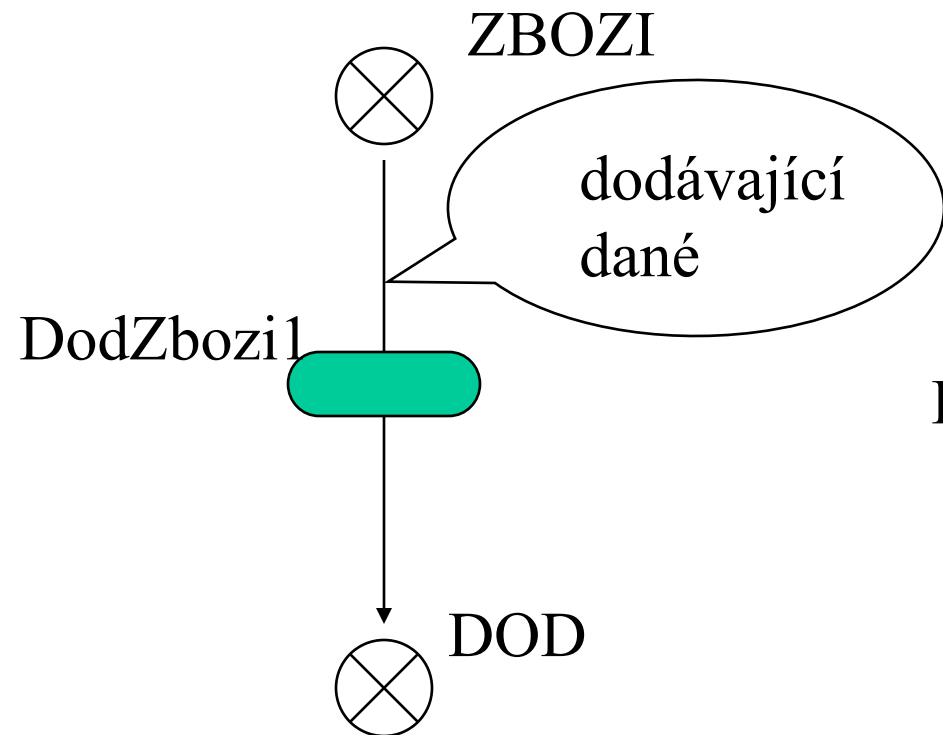


Jaké propozice vygeneruje atribut ?



Jaké propozice vygenerují atributy ?

jak se to bude lišit ?



další důležité intenze

- individuové úřady: ((UnivTim)Wrd)-objekty
 - president USA
 - Jitřenka, Večernice
 - nejvyšší hora na zeměkouli
 - děkan FI MU
- veličiny: ((TimTim)Wrd)-objekty
 - počet vlasů na hlavě
 - počet dodavatelů daného výrobku
 - hustota roztoku vstupujícího do výrobní operace

TIL s jednoduchou teorií typů

(historicky původní stanovisko -- 80-tá léta)

- Pojmové zachycování světa je v NL uskutečňováno pomocí jmen pojmů, jmen extenzí, syntaktických elementů a pragmatiky
- Pojmy: lze ztotožnit s intenzemi (výrazy jazyka označující intenze, jsou jména pojmů)
- Extenze v jazyce: jména extenzí v přirozeném jazyce jsou: spojky označující pravdivostní funkce, kvantifikátory, matematické výrazy, vlastní jména míněná jako „nálepky-jmenovky“ individuí, ...
- Pragmatika v jazyce: označení objektů v závislosti na situaci, v níž se děje promluva
- Syntaktické elementy: nemají samostatnou sémantiku (než, že,...)

TIL s jtt: korekce

- základní intuice (viz úvod): pojmy jsou identifikační procedury - způsob zadání objektů
- tedy **pojmy** nemůžeme **ztotožnit** přímo s intenzemi, ale s **konstrukcemi intenzí !!!**
- POZN.: takové pojetí „pojmu“ nezahrnuje matematické pojmy
- v tomto pojetí stojí konstrukce mimo budovanou teorii a jsou pouze nástrojem pro práci s objekty
- tento přístup neumožňuje vybudovat konzistentní teorii pojmu (viz DM2)

sémantika

- vše o čem hovoří matematická logika i celá matematika, lze vybudovat pohodlně nad $\mathbf{B} = \{\text{Bool}, \text{Univ}, \text{Tim}\}$...
- ... ale sémantika sdělení používaných v přirozeném jazyce při popisu reálného světa chybí
- sémantiku lze zahrnout do podpůrné teorie právě nad epistémickou bází
 $\mathbf{EB} = \{\text{Bool}, \text{Univ}, \text{Tim}, \text{Wrd}\}$
- (sémantika možných světů)
- existují i jiné přístupy k budování sémantiky ...