

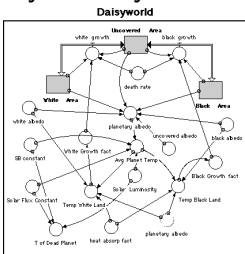


# Kam směřujeme?

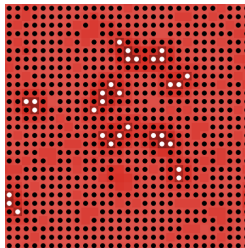
- modelování systémů „od spodu“ - individua, lokální interakce
- agent based modeling (ABM) – modelování založené na agentech
- proč buněčné automaty (cellular automata, CA)?
  - předchůdce ABM: historicky i technicky
  - jednoduché, snadno formalizovatelné a přitom silné
  - několik zajímavých modelů

# Svět sedmikrásek

modelování shora  
systémový model



modelování zdola  
buněčný automat



# Základní principy

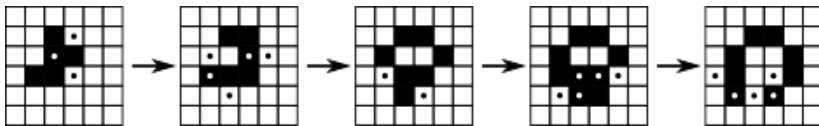
- diskrétní prostor i čas
- striktně lokální interakce
- mnoho „buněk“

simulace klíčová

# Hra Život

- čtverečková síť buněk, sousedi se počítají i diagonálně
- stavy buněk: živá, mrtvá
- hraje se na kola
- pokud je buňka **živá**:
  - $< 2$  sousedi  $\Rightarrow$  umírá na osamělost
  - $> 3$  sousedi  $\Rightarrow$  umírá na přehustění
  - $2 \vee 3$  sousedi  $\Rightarrow$  přežívá
- pokud je buňka **mrtvá**:
  - 3 sousedi  $\Rightarrow$  ožívá
  - jinak zůstává mrtvá

# Hra Život: příklad



# Základní poselství

Jednoduchá pravidla mohou vést ke složitému chování.

Vztah k chaosu, komplexitě, vyčíslitelnosti.

- 40. a 50. léta: von Neuman, Ulam: základní formalismus (studium sebe-reprodukce)
- 1970: Conway: hra Život, článek v Scientific American (Gardner), značná pozornost
- 1983: Wolfram: přehledový článek o CA, začátek studia CA ve fyzice
- 2002: Wolfram: A New Kind of Science



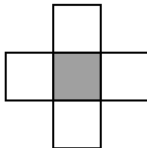
**diskrétní dynamika** stav se mění synchronizovaně, v diskrétních časových krocích

- jednorozměrná
- dvourozměrná: obdélníková, šestiúhelníková, ...
- vícerozměrná

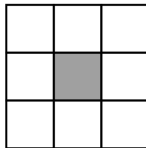
jednorozměrné  
okolí



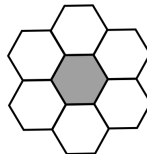
von Neumanovo  
okolí



Moorovo  
okolí



šestiúhelníkové  
okolí



- teorie – nekonečné mřížky
- simulace – konečné mřížky
  - periodická okrajová podmínka (kružnice, torus)
  - fixní hodnota okrajových buněk

1

1. *Journal of Management Studies*, 1997, 34, 1, 1-14.

- Journal of Management Education* 36(7) 809–827

# Speciální třídy CA

Zpřísněním požadavků na přechodovou funkci dostáváme speciální třídy CA:

legal zachování „klidového“ stavu + symetrie

**totalistic** přechodová funkce pracuje pouze se součtem hodnot z okolí

outer-totalistic rozhoduje stav buňky + součet z ostatních

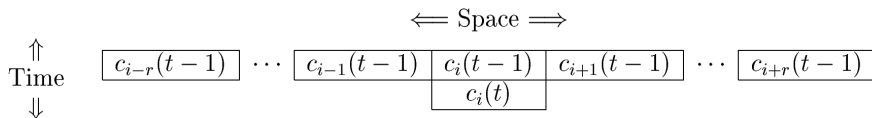
**additive** lineární funkce (modulo  $k$ ) přes hodnoty z okolí

- stav automatu: přiřazení lokálních stavů všem buňkám ( $M \rightarrow \Sigma$ )
- deterministické: každý stav má právě jednoho následníka
- konečná mřížka  $\rightarrow$  konečný stavový prostor  $\rightarrow$  každý výpočet se časem zacyklí





# Zakreslení dynamiky



**Figure 15.1** The neighborhood of a one-dimensional cellular automaton

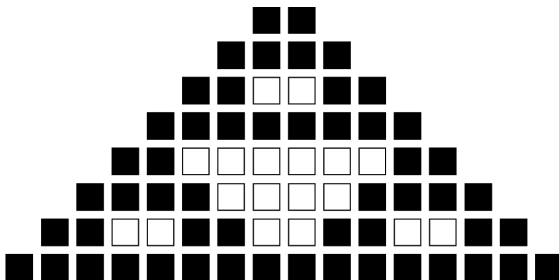
G. Flake, *The Computational Beauty of Nature*

## Příklad: pravidla

$c_{i-1}(t-1)$	$c_i(t-1)$	$c_{i+1}(t-1)$	$c_i(t)$
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0

G. Flake, *The Computational Beauty of Nature*

## Příklad: dynamika



G. Flake, *The Computational Beauty of Nature*

- Třída I** Vývoj spěje vždy do fixního stavu, ve kterém se již stav buněk nemění.
- Třída II** Vývoj spěje k jednoduchým periodickým strukturám, které se neustále opakují.
- Třída III** Aperiodické, chaotické, náhodně vypadající chování.
- Třída IV** Složité vzory, které se pohybují „prostorem“.

# Třída I: ukázky

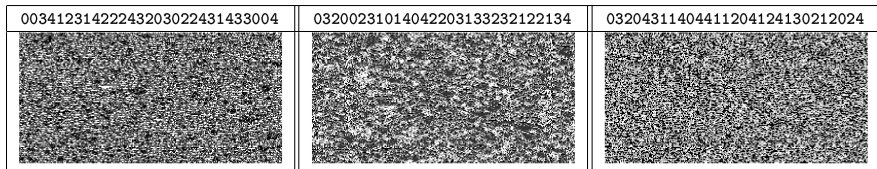
00040001002000200020030000004	00100001000000200001030000014	00001001000000200400030100004

**Figure 15.5** Examples of Wolfram's Class I

G. Flake, *The Computational Beauty of Nature*



## Třída III: ukázky



**Figure 15.7** Examples of Wolfram's Class III

G. Flake, *The Computational Beauty of Nature*



# Třída IV: ukázky

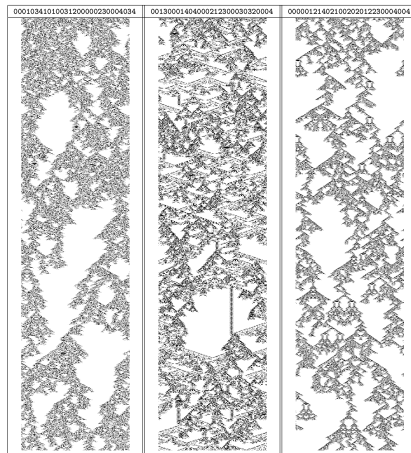


Figure 15.8 Examples of Wolfram's Class IV

## Srovnání s programy (vyčíslitelnost)

## Třída I (fixní stav)

triviální programy (bez cyklů  
či omezený počet opakování)

## Třída II (jednoduché cyklení)

programy, které se triviálně zacyklí

### Třída III (chaos)

generátor náhodných čísel

### Třída IV (komplexní vzory)

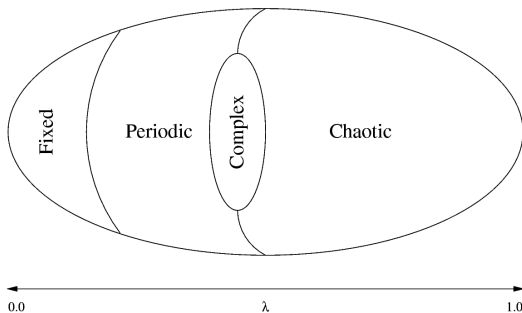
programy, které dělají zajímavé věci

# Langtonův parametr

- jeden ze stavů označíme za „klidový“ stav  $q$
- $N$  - celkový počet pravidel  
pro jednorozměrný automat s  $k$  lokálními stavy a okolím velikosti  $r$  je  $N = k^{2r+1}$
- $n_q$  - počet pravidel, která vedou do klidového stavu  $q$
- Langtonův lambda parametr:

$$\lambda = \frac{N - n_q}{N}$$

# Langtonův parametr a Wolframovy třídy



**Figure 15.9** Langton's schematic representation of CA rule space characterized by the  $\lambda$  parameter

G. Flake, *The Computational Beauty of Nature*

- připomenutí základního poselství:  
Jednoduchá pravidla mohou generovat složitá chování.
- model může inspirovat k zajímavým úvahám i bez toho, aby modeloval něco zcela konkrétního

# Hra Život

- čtverečková síť buněk, sousedi se počítají i diagonálně
- stavy buněk: živá, mrtvá
- hraje se na kola
- pokud je buňka **živá**:
  - $< 2$  sousedi  $\Rightarrow$  umírá na osamělost
  - $> 3$  sousedi  $\Rightarrow$  umírá na přehuštění
  - $2 \vee 3$  sousedi  $\Rightarrow$  přežívá
- pokud je buňka **mrtvá**:
  - 3 sousedi  $\Rightarrow$  ožívá
  - jinak zůstává mrtvá

# Cíle návrhu pravidel

Autor Conway, inspirován von Neumannem, výzkumem sebe-reprodukce.

Cíl: **jednoduché pravidlo s náročnou předpověditelností.**

- Pro žádnou počáteční konečnou konfiguraci by nemělo být triviálně dokazatelné, že roste nade všechny meze.
- Měly by existovat počáteční konfigurace, které (alespoň zdánlivě) rostou nade všechny meze.
- Měly by existovat počáteční konfigurace, které se vyvíjejí a mění dlouhou dobu než upadnou do stabilního stavu (resp. krátkého oscilujícího cyklu).

# Nekonečný růst

- Conwayova hypotéza: „nekonečný růst ve hře Život není možný“
- nabídl \$50 tomu, kdo to dokáže nebo vyvrátí
- hypotéza neplatí
  - dokázáno během 1 roku
  - tým z MIT
  - našli konfiguraci vedoucí k „nekonečnému růstu“

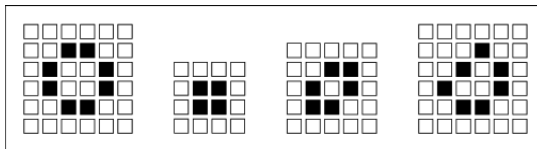


# Proč „Život“?

*Je pravděpodobné, že pokud poskytneme dostatečný prostor a začneme v náhodném stavu, tak po dostatečně dlouhé době osídlí části prostoru inteligentní sebe-reprodukující bytosti.*  
(J. H. Conway)

Hra má schopnost z náhodného stavu vytvářet pravidelné a zajímavé struktury (srovnej *primordial soup*).

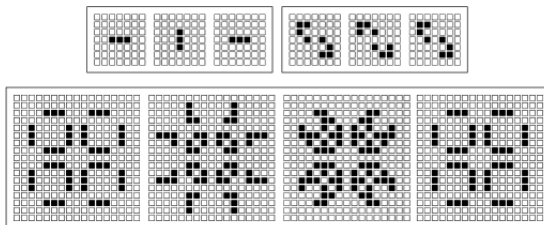
# Stabilní konfigurace



**Figure 15.11** Examples of static objects in Conway's Game of Life

G. Flake, *The Computational Beauty of Nature*

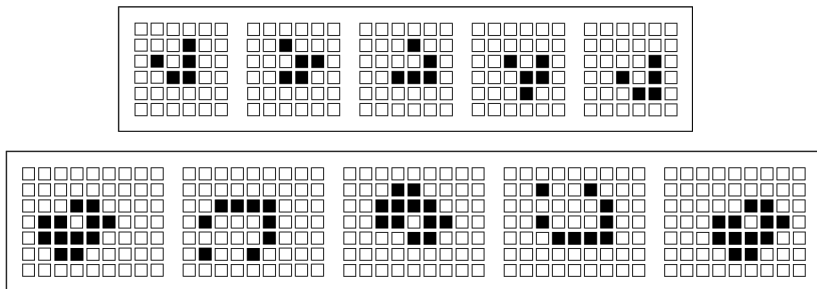
# Periodické konfigurace



**Figure 15.12** Examples of simple periodic objects in Conway's Game of Life

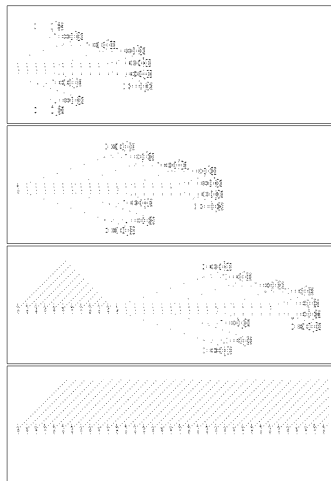
G. Flake, *The Computational Beauty of Nature*

## Pohybující se konfigurace



**Figure 15.13** Examples of moving objects in Conway’s Game of Life

G. Flake, *The Computational Beauty of Nature*



**Figure 15.14** Examples of a breeder in Conway's Game of Life

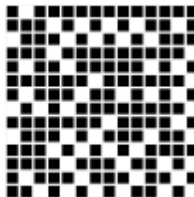
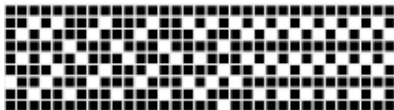
G. Flake, *The Computational Beauty of Nature*

## Video demo

- <http://www.youtube.com/watch?v=XcuBvj0pw-E>
- (a mnoho dalších...)

# Garden of Eden

Konfigurace, která nemá předchůdce.



# Turingovská síla CA

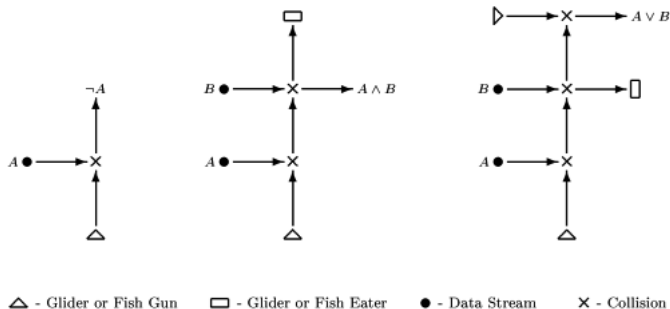
- pro každý TS existuje CA, který zadaný TS simuluje (jednoduché)
- pro každý TS a slovo  $w$  existuje **konečná počáteční konfigurace hry Život**, která simuluje výpočet TS nad tímto slovem
- platí dokonce i pro jednorozměrné pravidlo R110 (2 hodnoty, okolí velikosti 1)



# Simulace Turingova stroje pomocí hry Život

- data = gliders (kluzáci)  
důležité prvky: anihilace (srážka dvou kluzáků), eater (požírač kluzáků)
- data stream = glider gun
- logické funkce – viz obrázek
- paměť – registry (viz Minského stroj)

# Simulace logických funkcí



**Figure 15.15** Constructing logical primitives in Life

G. Flake, *The Computational Beauty of Nature*



## Další jednoduché 2D CA

- parity
- totalistic 2D automata
- majority model

viz NetLogo demo

# Sebe-reprodukce

Počáteční impuls pro studium CA, von Neuman:

- pozorování:
  - reprodukce v přírodě: udržení (zvyšování) složitosti
  - stroje: snižování složitosti
- kritéria návrhu:
  - univerzální stroj: dokáže dle popisu sestrojít cokoliv
  - sebe-reprodukce: dokáže vyrobit vlastní kopii
- sestrojil takový automat, 29 lokálních stavů, velmi komplikovaný

Langton:

- volnější definice sebe-reprodukce: studuje, co je pro sebe-reprodukcí „nutné“ (nikoliv „dostatečné“)
- kritéria návrhu:
  - řízení reprodukce nemá být pasivní - řízeno nejen mechanismem (pravidly)
  - aktivní role struktury, která se sebe-reprodukuje

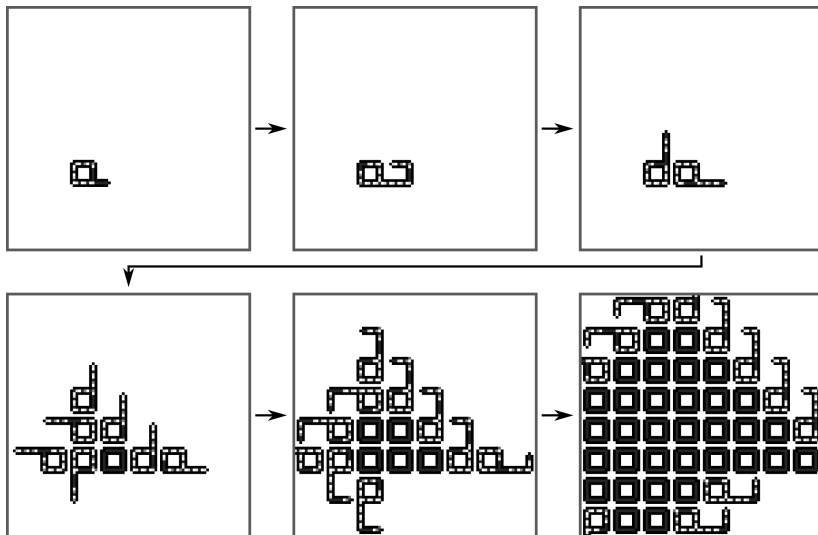
## Sebe-reprodukce a emergence

$\sigma_C \sigma_T \sigma_R \sigma_L$	$\sigma_C \sigma_T \sigma_R \sigma_B$	$\sigma_C \sigma_T \sigma_R \sigma_L$	$\sigma_C \sigma_T \sigma_R \sigma_B$	$\sigma_C \sigma_T \sigma_R \sigma_L$
$\rightarrow \sigma_C'$	$\rightarrow \sigma_C'$	$\rightarrow \sigma_C'$	$\rightarrow \sigma_C'$	$\rightarrow \sigma_C'$
00000 $\rightarrow$ 0	02527 $\rightarrow$ 1	11322 $\rightarrow$ 1	26242 $\rightarrow$ 2	30102 $\rightarrow$ 1
00001 $\rightarrow$ 2	10001 $\rightarrow$ 1	12224 $\rightarrow$ 4	26445 $\rightarrow$ 2	30122 $\rightarrow$ 0
00002 $\rightarrow$ 0	10006 $\rightarrow$ 1	12227 $\rightarrow$ 7	26520 $\rightarrow$ 0	30201 $\rightarrow$ 1
00003 $\rightarrow$ 0	10007 $\rightarrow$ 7	12243 $\rightarrow$ 4	26555 $\rightarrow$ 2	40112 $\rightarrow$ 0
00004 $\rightarrow$ 0	10008 $\rightarrow$ 1	12247 $\rightarrow$ 7	26622 $\rightarrow$ 2	40102 $\rightarrow$ 2
00006 $\rightarrow$ 3	10012 $\rightarrow$ 1	12324 $\rightarrow$ 4	26772 $\rightarrow$ 2	40125 $\rightarrow$ 0
00007 $\rightarrow$ 1	10021 $\rightarrow$ 1	12327 $\rightarrow$ 7	26812 $\rightarrow$ 2	40212 $\rightarrow$ 0
00011 $\rightarrow$ 2	10024 $\rightarrow$ 4	12425 $\rightarrow$ 5	26821 $\rightarrow$ 6	40222 $\rightarrow$ 1
00012 $\rightarrow$ 2	10027 $\rightarrow$ 7	12426 $\rightarrow$ 7	26822 $\rightarrow$ 6	40232 $\rightarrow$ 6
00013 $\rightarrow$ 2	10031 $\rightarrow$ 1	12427 $\rightarrow$ 5	26842 $\rightarrow$ 2	40252 $\rightarrow$ 0
00021 $\rightarrow$ 2	10101 $\rightarrow$ 1	20001 $\rightarrow$ 2	26822 $\rightarrow$ 2	40002 $\rightarrow$ 1
00022 $\rightarrow$ 0	10111 $\rightarrow$ 1	20002 $\rightarrow$ 2	26512 $\rightarrow$ 2	50002 $\rightarrow$ 2
00023 $\rightarrow$ 0	10124 $\rightarrow$ 4	20003 $\rightarrow$ 2	26521 $\rightarrow$ 2	50021 $\rightarrow$ 5
00026 $\rightarrow$ 2	10127 $\rightarrow$ 7	20007 $\rightarrow$ 1	26522 $\rightarrow$ 2	50022 $\rightarrow$ 5
00027 $\rightarrow$ 2	10202 $\rightarrow$ 6	20012 $\rightarrow$ 2	26552 $\rightarrow$ 1	50023 $\rightarrow$ 2
00032 $\rightarrow$ 0	10203 $\rightarrow$ 1	20021 $\rightarrow$ 2	26527 $\rightarrow$ 5	50027 $\rightarrow$ 5
00032 $\rightarrow$ 5	10221 $\rightarrow$ 1	20021 $\rightarrow$ 2	26622 $\rightarrow$ 2	50052 $\rightarrow$ 0
00062 $\rightarrow$ 2	10224 $\rightarrow$ 4	20022 $\rightarrow$ 2	26672 $\rightarrow$ 2	50202 $\rightarrow$ 2
00072 $\rightarrow$ 2	10226 $\rightarrow$ 3	20023 $\rightarrow$ 2	26712 $\rightarrow$ 2	50212 $\rightarrow$ 2
00102 $\rightarrow$ 2	10227 $\rightarrow$ 7	20024 $\rightarrow$ 2	26722 $\rightarrow$ 2	50215 $\rightarrow$ 2
00112 $\rightarrow$ 2	10228 $\rightarrow$ 7	20025 $\rightarrow$ 2	26722 $\rightarrow$ 2	50202 $\rightarrow$ 2
00202 $\rightarrow$ 0	10243 $\rightarrow$ 4	20026 $\rightarrow$ 2	26772 $\rightarrow$ 2	50224 $\rightarrow$ 4
00203 $\rightarrow$ 0	10262 $\rightarrow$ 6	20027 $\rightarrow$ 2	21122 $\rightarrow$ 2	50272 $\rightarrow$ 2
00205 $\rightarrow$ 0	10264 $\rightarrow$ 4	20032 $\rightarrow$ 6	21126 $\rightarrow$ 1	51212 $\rightarrow$ 2
00212 $\rightarrow$ 5	10267 $\rightarrow$ 7	20043 $\rightarrow$ 3	21222 $\rightarrow$ 2	51222 $\rightarrow$ 0
00222 $\rightarrow$ 0	10271 $\rightarrow$ 0	20051 $\rightarrow$ 7	21224 $\rightarrow$ 2	51242 $\rightarrow$ 2
00232 $\rightarrow$ 5	10272 $\rightarrow$ 7	20052 $\rightarrow$ 2	21222 $\rightarrow$ 2	51222 $\rightarrow$ 2
00522 $\rightarrow$ 2	10542 $\rightarrow$ 7	20057 $\rightarrow$ 5	21227 $\rightarrow$ 2	60001 $\rightarrow$ 1
01232 $\rightarrow$ 1	11112 $\rightarrow$ 1	20072 $\rightarrow$ 2	21422 $\rightarrow$ 2	60002 $\rightarrow$ 1
01242 $\rightarrow$ 1	11122 $\rightarrow$ 1	20102 $\rightarrow$ 2	21522 $\rightarrow$ 2	60212 $\rightarrow$ 5
01252 $\rightarrow$ 5	11124 $\rightarrow$ 4	20112 $\rightarrow$ 2	21622 $\rightarrow$ 2	60122 $\rightarrow$ 6
01262 $\rightarrow$ 1	11127 $\rightarrow$ 1	20112 $\rightarrow$ 2	21622 $\rightarrow$ 2	60122 $\rightarrow$ 2
01272 $\rightarrow$ 1	11126 $\rightarrow$ 1	20142 $\rightarrow$ 2	22227 $\rightarrow$ 2	61222 $\rightarrow$ 5
01275 $\rightarrow$ 1	11127 $\rightarrow$ 7	20172 $\rightarrow$ 2	22244 $\rightarrow$ 2	70007 $\rightarrow$ 7
01422 $\rightarrow$ 1	11152 $\rightarrow$ 2	20202 $\rightarrow$ 2	22246 $\rightarrow$ 2	70112 $\rightarrow$ 0
01432 $\rightarrow$ 1	11212 $\rightarrow$ 1	20203 $\rightarrow$ 2	22276 $\rightarrow$ 2	70122 $\rightarrow$ 0
01442 $\rightarrow$ 1	11222 $\rightarrow$ 1	20205 $\rightarrow$ 2	22277 $\rightarrow$ 2	70125 $\rightarrow$ 0
01472 $\rightarrow$ 1	11224 $\rightarrow$ 4	20207 $\rightarrow$ 3	30001 $\rightarrow$ 3	70002 $\rightarrow$ 3
01625 $\rightarrow$ 1	11225 $\rightarrow$ 1	20212 $\rightarrow$ 2	30002 $\rightarrow$ 2	70222 $\rightarrow$ 1
01722 $\rightarrow$ 1	11227 $\rightarrow$ 7	20215 $\rightarrow$ 2	30004 $\rightarrow$ 1	70225 $\rightarrow$ 1
01725 $\rightarrow$ 5	11232 $\rightarrow$ 1	20221 $\rightarrow$ 2	30007 $\rightarrow$ 6	70232 $\rightarrow$ 1
01732 $\rightarrow$ 1	11242 $\rightarrow$ 4	20222 $\rightarrow$ 2	30012 $\rightarrow$ 3	70252 $\rightarrow$ 5
01732 $\rightarrow$ 1	11252 $\rightarrow$ 1	20222 $\rightarrow$ 2	30012 $\rightarrow$ 1	70272 $\rightarrow$ 0
01772 $\rightarrow$ 1	11272 $\rightarrow$ 7	20232 $\rightarrow$ 1	30062 $\rightarrow$ 2	

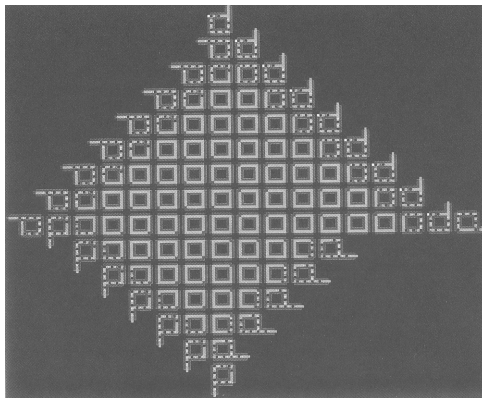
Table 11.1 Transition function table for Langton's self-reproducing loops (taken from table

1 in [lang86]). Neighborhoods are defined by  $\begin{pmatrix} \sigma_T \\ \sigma_L & \sigma_C & \sigma_R \\ \sigma_B \end{pmatrix} \rightarrow \sigma'_C$ .

Sebe-reprodukce a emergence

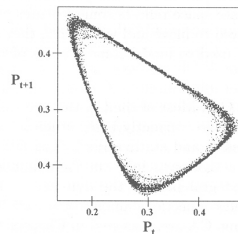






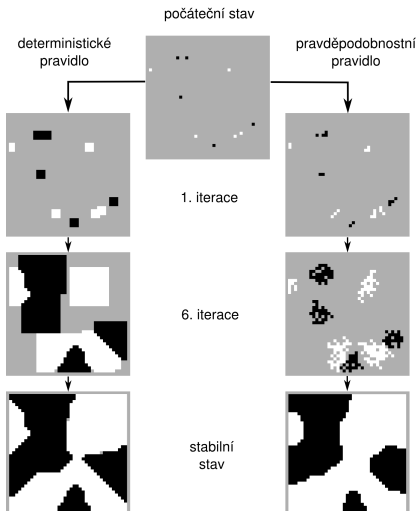
# Emergence

- „vynořující se chování“
- příklad: 4D mřížka, lokálně chování náhodné, graf znázorňuje počty aktivovaných buněk ve dvou po sobě jdoucích iteracích (→ struktura)
- tématem se budeme zabývat u ABM

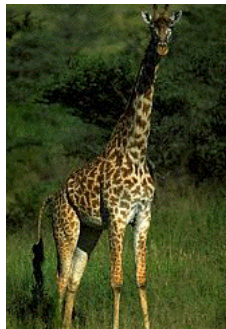
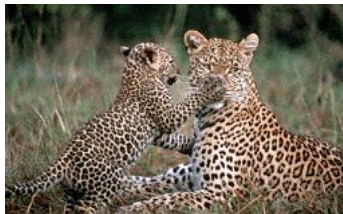


kvantové

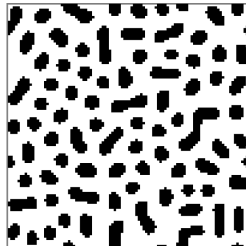
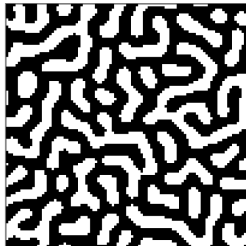
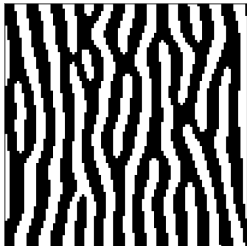
\_\_\_\_\_



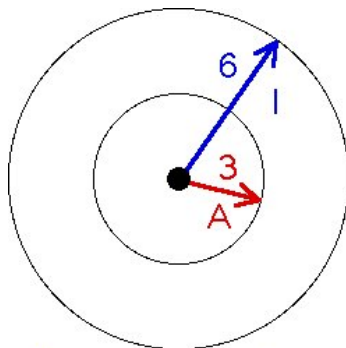






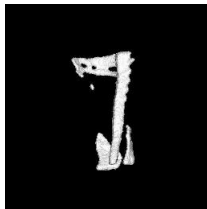
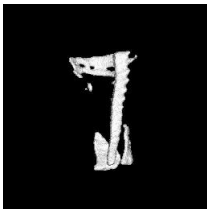
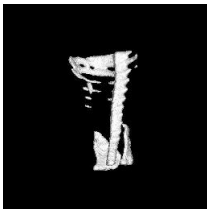
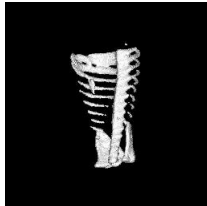
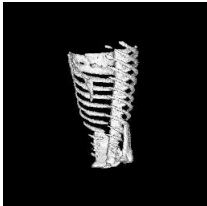
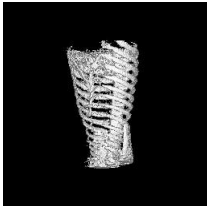


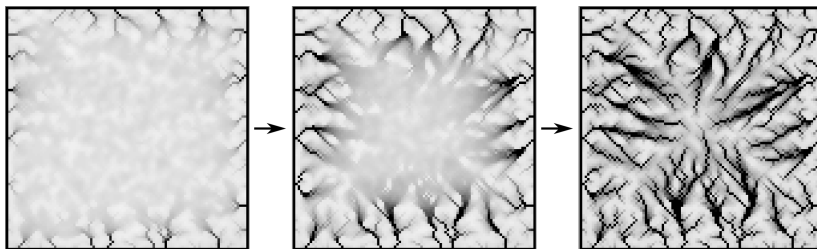




A concentration = 1

100





Rozšíření: voda v krajině – ilustrace vlivu stromů na koloběh vody

- šíření požáru v lese
- ilustrace fázového přechodu
- rozšíření: požáry a hašení – ilustrace dopadu hašení na velikost požáru



- Voting – majority rule
- jednoduchý základní model, který se dále rozšiřuje (např. sociální sítě)
- spojitost Ising model, magnetismus

# Souvislosti

ABM agent based modeling – viz příští přednáška  
modelování biologických procesů růst, formace vzorů, ...

vyčíslitelnost nepředvídatelnost, univerzalita, ...

**chaos** sensitivita k počátečním podmínkám, bifurkace, přechod od řádu k chaosu, ...

fyzika nový pohled na základní principy fyziky

# Nový pohled na fyziku

- vesmír jako CA? (diskrétní čas i prostor)
- paralela s „objevováním“ dynamiky R110
  - při pohledu zvenčí můžeme vidět spoustu zajímavých jevů: pohybující se „částice“ a jejich kolize, ...
  - přitom základní mechanismus je triviální



