

Jméno a příjmení				UČO				Počet listů přílohy							
Příklad	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	Z	Σ
Body															

► Příklad 1 [4 b.]: Je dána funkce

$$f(x) = \begin{cases} x^2 \sin \frac{1}{x} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0. \end{cases}$$

- a) Napište definici spojitosti funkce v bodě a s její pomocí rozhodněte o spojitosti funkce  $f$  v bodě  $x_0 = 0$ .  
 b) Napište definici derivace funkce v bodě a s její pomocí určete derivaci funkce  $f$  v bodě  $x_0 = 0$ .

► Příklad 2 [3 b.]: Naformulujte některou Bolzanovu větu o spojitě funkci a krátce ji vysvětlete na obrázku.

► Příklad 3 [3 b.]: Udejte příklad funkcí  $g, h$ , které nejsou na intervalu  $[-2, 3]$  integrovatelné (v Riemannově smyslu), ale absolutní hodnota těchto funkcí, tj.  $|g|, |h|$ , zde integrovatelné jsou a platí

$$\int_{-2}^3 |g(x)| dx = 17, \quad \int_{-2}^3 |h(x)| dx = -3.$$

Vše pro zvolené funkce řádně zdůvodněte, popř. zdůvodněte, proč požadovaná funkce neexistuje.

► Příklad 4 [5 b.]: Uveďte definici vlastnosti, která zajistí, že je konvergentní řadu možné přeskládat v řadu divergující k minus nekonečno. Napište příklad řady s touto vlastností a popište (stačí obecně) jak lze takové přeskládání provést.

► Příklad 5 [3 b.]: Najděte Lagrangeův interpolační polynom funkce dané tabulkou.

$x$	-1	0	2	3
$f(x)$	5	10	2	1

Dále pomocí získaného polynomu odhadněte hodnotu funkce  $f$  v  $x_0 = -1/2$ .

► Příklad 6 [3 b.]: Určete limity

$$(i) \lim_{n \rightarrow \infty} (3n - \sqrt{9n^2 - 3}), \quad (ii) \lim_{x \rightarrow 1^-} \left( \cos \frac{\pi x}{2} \right)^{\ln x}, \quad (iii) \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{e^{-\frac{1}{x^2}}}{x^{100}} \right).$$

► Příklad 7 [3 b.]: Vlak jedoucí rychlostí  $90 \text{ km/h}$  má zabrzdit tak, aby se rovnoměrně zpomaleným pohybem zastavil na vzdálenosti  $1 \text{ km}$ .

a) Za jaký čas zastaví?

b) Jaká bude jeho rychlost  $30 \text{ s}$  potom, co začne brzdit?

(Nápověda: Dráhu popisuje vztah  $s = v_0 t - \frac{1}{2} a t^2$ , kde  $v_0$  je počáteční rychlost,  $a$  je zrychlení.)

► Příklad 8 [3 b.]: Určete intervaly monotonie a lokální extrémy funkce

$$f(x) = \frac{x}{e^{x^2}}.$$

► Příklad 9 [3 b.]: Vyčíslete integrály

$$(i) \int_1^{e^8} \frac{7}{x\sqrt{1+\ln x}} dx, \quad (ii) \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin x dx, \quad (iii) \int_4^{\infty} \frac{-3}{\sqrt{x} e^{\sqrt{x}}} dx.$$

► Příklad 10 [2 b.]: Určete pro která  $x \in \mathbb{R}$  je mocninná řada

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (x+2)^n}{n + \sqrt{n}}$$

konvergentní / absolutně konvergentní / relativně konvergentní.

► Příklad 11 [3 b.]: Pomocí součtu mocninné řady

$$\sum_{n=1}^{\infty} n(n+2)x^n, \quad |x| < 1,$$

určete součet řady

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n^2 + 2n}{3^n}.$$

► Příklad 12 [2 b.]: Vyřešte počáteční problém

$$y \ln y + xy' = 0, \quad y(1) = 1.$$

► Příklad 13 [3 b.]: V čase  $t_0 = 0$  minut má káva v hrnku teplotu  $100^\circ\text{C}$  a po  $15$  minutách má teplotu  $75^\circ\text{C}$ , přičemž teplota okolního prostředí je  $20^\circ\text{C}$ . Označme teplotu kávy v čase  $t$  minut jako funkci  $T(t)$ .

a) Napište diferenciální rovnici, kterou musí funkce  $T(t)$  splňovat a tuto rovnici vyřešte.

b) Určete za jak dlouho bude mít káva teplotu  $50^\circ\text{C}$ .

---

▷ Do první tabulky vyplňte čitelně identifikační údaje a počet listů, které k zadání přikládáte.

▷ Druhou tabulku ponechejte prázdnou.

▷ U výpočtů příkladů řádně označujte, ke kterému příkladu (a jeho části) patří.

▷ Každý výsledek musí být podpořen výpočtem (zdůvodněním), jakkoli je triviální.

▷ Všechny papíry s výpočty podepište a odevzdejte společně se zadáním.

▷ Není povoleno použití kalkulačky ani žádných materiálů (tabulky, vzorce, skripta, poznámky, ...). Jakýkoli pokus o podvádění bude mít za následek hodnocení 0 bez možnosti opravy.