

**MB104, příklady k domácímu rozjímání
jarní semestr 2015, třetí týden**

Příklad Řešte v \mathbb{N} : $\varphi(m) = 14$.

Řešení. Nemá řešení. Čísla 8 ani 15 nejsou prvočísla, musí tedy 7^2 dělit m . Pak ovšem $7 \cdot 6 | \varphi(m)$, spor. \square

Příklad Dokažte, že pro libovolné $n \in \mathbb{N}$ je $2^{2^{2n+1}} + 3$ složené.

Řešení. Uvažte dělitelnost sedmi. Víme, že $2^3 \equiv 1 \pmod{7}$, po dělení třemi dává exponent 2^{2n+1} , což je $(-1)^{\text{lichou}}$, zbytek 2 po dělení třemi, je tedy

$$\begin{aligned} 2^{2^{2n+1}} &\equiv 2^2 \equiv 4 \pmod{7} \\ 2^{2^{2n+1}} + 3 &\equiv 4 + 3 \equiv 0 \pmod{7}. \end{aligned}$$

\square