MB104, příklady k domácímu rozjímání
jarní semestr 2015, pátý týden

Příklad. *Malá Fermatova věta říká, že pro* $(a, p) = 1$, $a \in \mathbb{Z}$, p *prvočíslo, je*

$$a^{p-1} \equiv 1 \pmod{p}.$$

Může se stát, že by

$$a^{p-1} \equiv 1 \pmod{p^2}?$$

Řešení. Ano, může. Pro $a = 2$ jsou jediná dvě známá taková prvočísla p, a to 1093 a 3511. Není známo, zda jich existuje nekonečně mnoho (pro $a = 2$). □

Příklad. *Najděte co největší Carmichaelovo číslo.*

Řešení. Je dokázáno, že Carmichaelových čísel je nekonečně mnoho. Jsou to taková čísla n, která nejsou dělitelná čtvercem žádného (prvo)čísla a pro jejich každého prvočíselného dělitele p platí $p-1|n-1$. Nejmenší Carmichaelova čísla s daným počtem prvočíselných dělitelů jsou zaznamenána v posloupnosti OEIS A006931. □