Průběh funkce

433721

MB202

Jaro 2015

$f(x) = e^{\frac{1}{x}}$

- $Df = R - \{0\}$
- $Hf = R^{+}$
- $f(x) \neq f(-x)$, není sudá
- $f(-x) \neq -f(x)$, není lichá
- $f'(x) = e^{\frac{1}{x}}(-1)\frac{1}{x^2} = -\frac{e^{\frac{1}{x}}}{x^2}$
- První derivace nemá žádné nulové body

interval	$(-\infty, \mathbf{0})$	$(\mathbf{0}, \infty)$
Sgn $f'(x)$	$-$	$-$

- Z toho plyne že $f(x)$ je klesající na celém Df a nemá lokální extrémy

$f(x) = e^{\frac{1}{x}}$

- $f''(x) = (-1)(-2)\frac{1}{x^3}e^{\frac{1}{x}}(-1)\frac{1}{x^2} = \frac{e^{\frac{1}{x}}(2x+1)}{x^4}$
- Druhá derivace má nulový bod $f''(x) = 0$ v $x = -\frac{1}{2}$

interval	$(-\infty, -\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}})$	$(-\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}, \mathbf{0})$	$(\mathbf{0}, \infty)$
Sgn $f'(x)$	$-$	$+$	$+$

- Z toho plyne že $f(x)$ je konvexní na intervalech $(-\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}, \mathbf{0})$, $(\mathbf{0}, \infty)$ a konkávní na intervalu $(-\infty, -\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}})$
- Má jediný inflexní bod $x = -\frac{1}{2}$

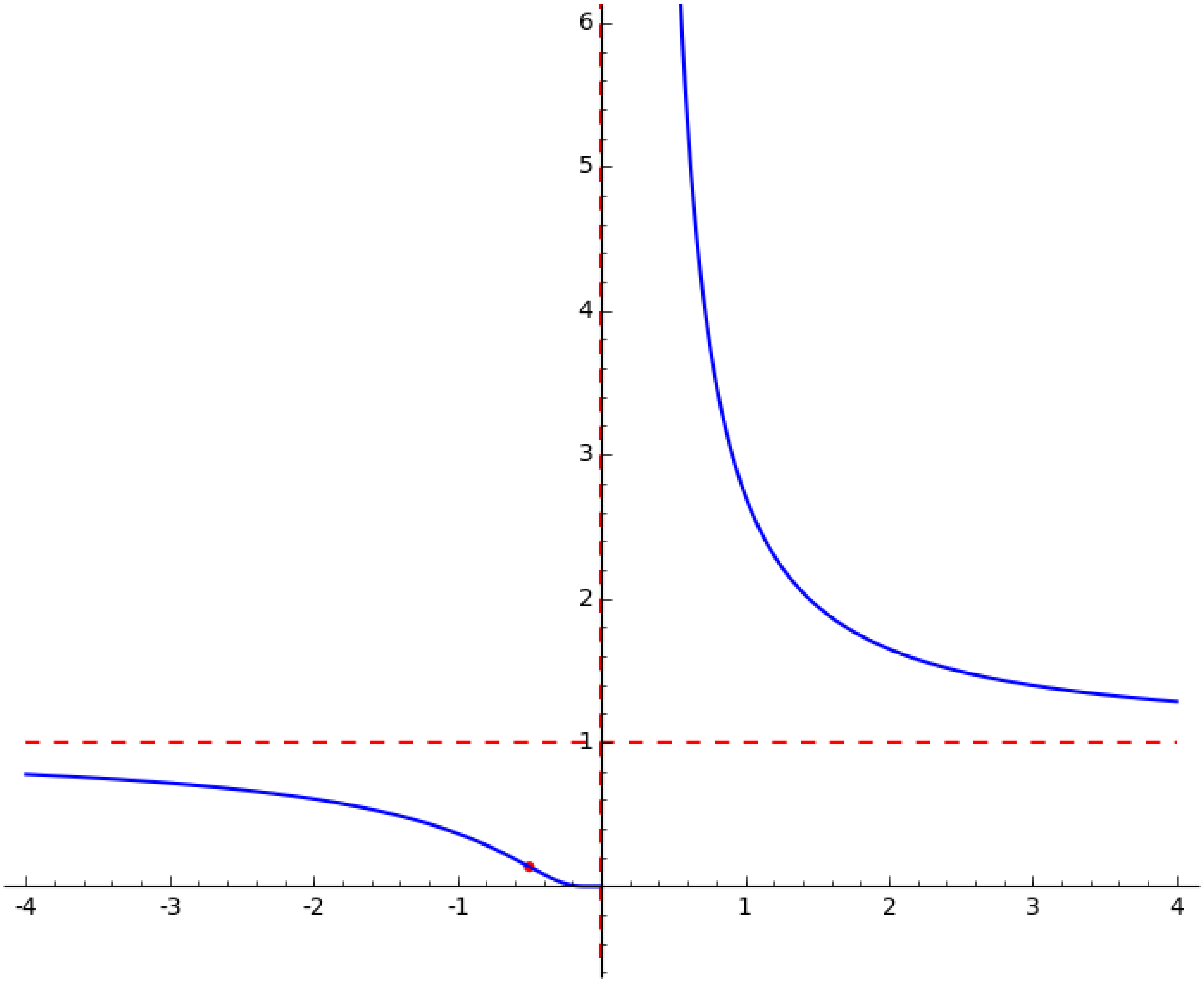
$f(x) = e^{\frac{1}{x}}$

- Asymptoty bez směrnice: $x = 0$
- Asymptoty se směrnicí y $= ax + b$

$$a = \lim_{x \to \infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \to \infty} \frac{e^{\frac{1}{x}}}{x} = \lim_{x \to \infty} \frac{1}{x} \cdot \lim_{x \to \infty} e^{\frac{1}{x}} = 0 \cdot 1 = 0$$

$$b = \lim_{x \to \infty} (f(x) - ax) = \lim_{x \to \infty} e^{\frac{1}{x}} = e^0 = 1$$

- Přímka $y = 1$ je asymptotou se směrnicí pro $x \to \infty$.
- Analogicky vyřešíme pro $x \to -\infty$. Opět vyjde přímka $y = 1$


6
5
4
3
2
1
-4
-3
-2
-1
1
2
3
4