

Jméno a příjmení				UČO				Počet listů přílohy			

Příklad	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	B	Z	Σ
Body														

► Příklad 1 [4 b.]: Je dána funkce

$$f(x) = \begin{cases} x^2 \sin \frac{1}{x} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0. \end{cases}$$

- a) Napište definici spojitosti funkce v bodě a s její pomocí rozhodněte o spojitosti funkce f v bodě $x_0 = 0$.
- b) Napište definici derivace funkce v bodě a s její pomocí určete derivaci funkce f v bodě $x_0 = 0$.

► Příklad 2 [3 b.]: Naformulujte některou Bolzanovu větu o spojitě funkci a krátce ji vysvětlíte na obrázku.

► Příklad 3 [3 b.]: Udejte příklad funkcí g, h , které nejsou na intervalu $[-2, 3]$ integrovatelné (v Riemannově smyslu), ale absolutní hodnoty těchto funkcí, tj. $|g|, |h|$, zde integrovatelné jsou a platí

$$\int_{-2}^3 |g(x)| dx = 17, \quad \int_{-2}^3 |h(x)| dx = -3.$$

Vše pro zvolené funkce řádně zdůvodněte, popř. zdůvodněte, proč požadovaná funkce neexistuje.

► Příklad 4 [5 b.]: Uveďte definici vlastnosti, která zajistí, že je konvergentní řadu možné přeskládat v řadu divergující k minus nekonečno. Napište příklad řady s touto vlastností a popište (stačí obecně) jak lze takové přeskládání provést.

► Příklad 5 [3 b.]: Najděte Lagrangeův interpolační polynom funkce dané tabulkou.

x	-1	0	2	3
$f(x)$	5	10	2	1

Dále pomocí získaného polynomu odhadněte hodnotu funkce f v $x_0 = -1/2$.

► Příklad 6 [4 b.]: Určete limity

$$(i) \lim_{n \rightarrow \infty} (3n - \sqrt{9n^2 - 3}), \quad (ii) \lim_{x \rightarrow 1^-} \left(\cos \frac{\pi x}{2} \right)^{\ln x}, \quad (iii) \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{e^{-\frac{1}{x^2}}}{x^{100}} \right).$$

► Příklad 7 [4 b.]: Vlak jedoucí rychlostí 90 km/h má zabrzdit tak, aby se rovnoměrně zpomaleným pohybem zastavil na vzdálenosti 1 km.

a) Za jaký čas zastaví?

b) Jaká bude jeho rychlost 30 s potom, co začne brzdit?

(Nápověda: Dráhu popisuje vztah $s = v_0 t - \frac{1}{2} a t^2$, kde v_0 je počáteční rychlost, a je zrychlení.)

► Příklad 8 [3 b.]: Určete intervaly monotonie a lokální extrémy funkce

$$f(x) = \frac{x}{e^{x^2}}.$$

► Příklad 9 [4 b.]: Vyčíslete integrály

$$(i) \int_1^{e^8} \frac{7}{x\sqrt{1 + \ln x}} dx, \quad (ii) \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin x dx, \quad (iii) \int_4^{\infty} \frac{-3}{\sqrt{x} e^{\sqrt{x}}} dx.$$

► Příklad 10 [3 b.]: Určete pro která $x \in \mathbb{R}$ je mocninná řada

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (x+2)^n}{n + \sqrt{n}}$$

konvergentní / absolutně konvergentní / relativně konvergentní.

► Příklad 11 [4 b.]: Pomocí součtu mocninné řady

$$\sum_{n=1}^{\infty} n(n+2)x^n, \quad |x| < 1,$$

určete součet řady

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n^2 + 2n}{3^n}.$$

Je velmi pravděpodobné, že se v některých "ostrých" variantách písemky objeví např. také slovní úlohy na extrémy, přičemž taková úloha může nahradit libovolnou jinou.

-
- ▷ Čitelně vyplňte identifikační údaje a počet listů, které k zadání přikládáte.
 - ▷ Tabulku na body ponechte prázdnou.
 - ▷ U výpočtů příkladů řádně označujte, ke kterému příkladu (a jeho části) patří.
 - ▷ Každý výsledek musí být podpořen výpočtem (zdůvodněním), jakkoli je triviální.
 - ▷ Je-li požadován daný způsob řešení (např. metodami diferenciálního počtu), není možné řešit jinak (např. úvahou, vypsáním všech možností atd.).
 - ▷ Všechny papíry s výpočty podepište a odevzdejte společně se zadáním.
 - ▷ Není povoleno použití kalkulačky ani žádných materiálů (tabulky, vzorce, skripta, poznámky, ...). Jakýkoli pokus o podvádění bude mít za následek hodnocení 0 bez možnosti opravy.