

Hladové algoritmy

Platba mincemi

Mějme n druhů mincí hodnot v_1, v_2, \dots, v_n a částku C . Chceme zaplatit částku C co nejmenším počtem mincí. Předpokládáme, že mincí každého druhu máme neomezený počet.

- ▶ Uvažujme hladový přístup: „Vždy vezmeme největší minci, jejíž hodnota \leq aktuální částka.“ Dokažte, že tento přístup funguje pro sadu 1, 5, 10, 25.
- ▶ *K procvičení:* Pro jaké jiné sady funguje tento hladový přístup? Vymyslete formální důkaz.

Hladové algoritmy

Batoh s libovolným dělením

Mějme n předmětů s hodnotami h_i a vahou v_i , dále maximální nosnost batohu V . Oproti klasickému problému batohu ale předpokládejme, že se předměty dají libovolně dělit a jsou homogenní (tzn. třetina předmětu má třetinu jeho hodnoty i váhy). Chceme nasbírat předměty (resp. jejich části) s co největší cenou tak, abychom nepřekročili nosnost batohu.

- ▶ Jaký hladový přístup bychom mohli zvolit v tomto případě?
- ▶ Dokažte, že je váš hladový přístup korektní.

Hladové algoritmy

Vrcholové pokrytí

Mějme neorientovaný graf. Vrcholovým pokrytím grafu je množina vybraných vrcholů taková, že se každá hrana grafu dotýká alespoň jednoho vybraného vrcholu. Chceme vrcholové pokrytí s minimálním počtem vybraných vrcholů.

- ▶ Jak řešit problém vrcholového pokrytí na obecném grafu?

Hladové algoritmy

Vrcholové pokrytí

Mějme neorientovaný graf. Vrcholovým pokrytím grafu je množina vybraných vrcholů taková, že se každá hrana grafu dotýká alespoň jednoho vybraného vrcholu. Chceme vrcholové pokrytí s minimálním počtem vybraných vrcholů.

- ▶ Jak řešit problém vrcholového pokrytí na obecném grafu?
- ▶ Jak řešit problém vrcholového pokrytí na stromě? Dokážeme použít hladový přístup?
- ▶ Pokud navrhnete hladový přístup, dokažte, že je korektní.

Hladové algoritmy

Nezávislá množina

Mějme neorientovaný graf. Nezávislou množinou grafu je množina vybraných vrcholů taková, že žádné dva vybrané vrcholy nejsou spojeny hranou. Chceme najít maximální nezávislou množinu.

- ▶ Jak řešit problém nezávislé množiny na obecném grafu?

Hladové algoritmy

Nezávislá množina

Mějme neorientovaný graf. Nezávislou množinou grafu je množina vybraných vrcholů taková, že žádné dva vybrané vrcholy nejsou spojeny hranou. Chceme najít maximální nezávislou množinu.

- ▶ Jak řešit problém nezávislé množiny na obecném grafu?
- ▶ Jak řešit problém nezávislé množiny na stromě? Dokážeme použít hladový přístup?
- ▶ Pokud navrhnete hladový přístup, dokažte, že je korektní.

Hladové algoritmy

Čerpací stanice

Chceme jet autem po dlouhé rovné dálnici mezi dvěma městy. Předpokládejme, že spotřeba auta po cestě je konstantní. Známe pozici všech čerpacích stanic na dálnici, víme, jaká je kapacita nádrže, a na počátku cesty máme nádrž plnou. Chceme naplánovat cestu tak, abychom co nejméně zastavovali na čerpacích stanicích.

- ▶ Jaké hladové kritérium bychom mohli zvolit v tomto případě?
- ▶ Dokažte, že je váš hladový algoritmus korektní.

Hladové algoritmy

Čerpací stanice

Chceme jet autem po dlouhé rovné dálnici mezi dvěma městy. Předpokládejme, že spotřeba auta po cestě je konstantní. Známe pozici všech čerpacích stanic na dálnici, víme, jaká je kapacita nádrže, a na počátku cesty máme nádrž plnou. Chceme naplánovat cestu tak, abychom co nejméně zastavovali na čerpacích stanicích.

- ▶ Jaké hladové kritérium bychom mohli zvolit v tomto případě?
- ▶ Dokažte, že je váš hladový algoritmus korektní.
- ▶ Varianta: Známe cenu pohonných hmot na každé čerpací stanici a chceme, aby byla cesta co nejlevnější. Jak budeme řešit problém teď?