

Grafy – minimální kostry

Mějme ohodnocený neorientovaný graf $G = (V, E, w)$ s minimální koustou M . Ukažte, jak přepočítat minimální koustu při následujících změnách v grafu:

1. Odstraníme z grafu jednu hranu.
2. Přidáme do grafu jednu novou hranu.
3. Vybereme jednu hranu grafu a zvětšíme její ohodnocení.
4. Vybereme jednu hranu grafu a zmenšíme její ohodnocení.

Grafy – minimální kostry

Mějme kladně ohodnocený neorientovaný graf $G = (V, E, w)$ a vrchol $s \in V$. Spustíme Dijkstrův algoritmus pro hledání nejkratších cest z vrcholu s . To nám dá strom nejkratších cest.

- ▶ *Rozhodněte a dokažte:* Je tento strom zároveň minimální kostrou grafu G ?

Grafy – minimální kostry

Mějme kladně ohodnocený neorientovaný graf $G = (V, E, w)$ a vrchol $s \in V$. Spustíme Dijkstrův algoritmus pro hledání nejkratších cest z vrcholu s . To nám dá strom nejkratších cest.

- ▶ *Rozhodněte a dokažte:* Je tento strom zároveň minimální kostrou grafu G ?
- ▶ *Rozhodněte a dokažte:* Dá se v grafu G najít takový počáteční vrchol s , aby jeho strom nejkratších cest byl minimální kostrou grafu G ?

Grafy – maximální toky

Mějme síť (graf s kapacitami, zdrojem a cílem) $G = (V, E, c, s, t)$ a její maximální tok f . Ukažte, jak přepočítat maximální tok při následujících změnách v síti:

1. Vybereme jednu hranu a zvětšíme její kapacitu o 1.
2. Vybereme jednu hranu a zmenšíme její kapacitu o 1.

(Předpokládejme, že jak kapacity hran, tak i hodnota toku f na každé hraně jsou nezáporná celá čísla.)

Grafy – použití maximálních toků

Pokrytí šachovnice dominem

Mějme šachovnici $n \times m$, na níž jsou některé pole obsazena kameny. Chceme zjistit, zda můžeme všechna prázdná pole šachovnice pokrýt kostkami domina (velikosti 1×2 pole šachovnice). Kostky domina se nesmí překrývat a nesmí být položeny na obsazená pole.

- ▶ Jak převedeme tento problém na hledání maximálního toku?